



Universidade Federal de São Carlos  
Departamento de Engenharia de Produção



# Otimização Linear Contínua e Discreta (Tópicos Avançados em PCSP)

PPGEP, UFSCar - Semestre 01/2022  
Prof. Dr. Pedro Munari (munari@dep.ufscar.br)

Semana 2: Definições importantes em Otimização; Dualidade

# Objetivos desta semana

- ▶ Estudar conceitos básicos importantes da teoria de Otimização;
- ▶ Introduzir a teoria de dualidade;
  - ▶ Estudar os principais resultados e sua importância, com enfoque em programação linear;

# Exercícios resolvidos - Semana 1

## ▷ Exercício 8(a)

$$\min f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$$

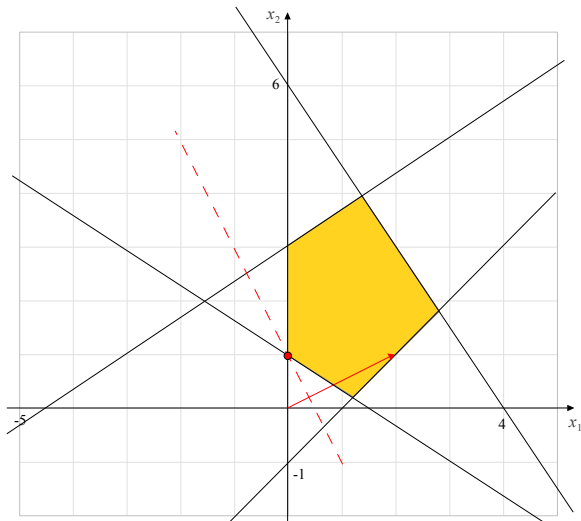
$$\text{s.a } x_1 - x_2 \leq 1$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$2x_1 + 3x_2 \geq 3$$

$$-2x_1 + 3x_2 \leq 9$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$



# Exercícios resolvidos - Semana 1

## ▷ Exercício 8(b)

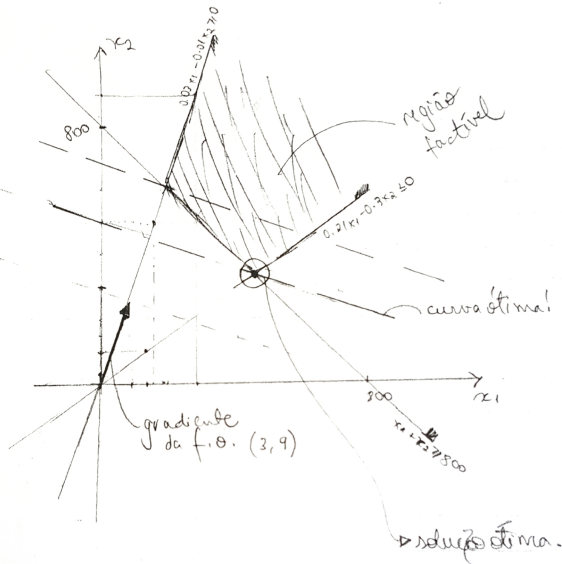
$$\min f(x_1, x_2) = 0,3x_1 + 0,9x_2$$

$$\text{s.a } x_1 + x_2 \geq 800$$

$$0,21x_1 - 0,30x_2 \leq 0$$

$$0,03x_1 - 0,01x_2 \geq 0$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$



# Exercícios resolvidos - Semana 1

## ▷ Exercício 8(b)

O ponto ótimo satisfaz o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 800 \\ 0,21x_1 - 0,30x_2 = 0 \end{cases}$$

Logo, a solução ótima é  $x^* \approx (470,6; 329,4)$   
com valor ótimo  $f(x^*) \approx 437,64$ .

# Exercícios resolvidos - Semana 1

## ▷ Exercício 9

Coloque na forma padrão, os seguintes problemas de programação linear:

$$(a) \max \quad f(x_1, x_2, x_3) = -5x_1 - 3x_2 + 7x_3$$

$$\text{s.a} \quad 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 \geq 7$$

$$3x_1 - 5x_2 + 5x_3 \leq 5$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 2, x_3 \text{ livre}$$

$$(b) \max \quad f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1 - 3x_2 + 7x_3$$

$$\text{s.a} \quad 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 7$$

$$3x_1 - 5x_2 + 3x_3 \leq 5$$

$$-4x_1 - 9x_2 + 4x_3 \leq -4$$

$$x_1 \geq -2, 0 \leq x_2 \leq 4, x_3 \geq 0$$

# Exercícios resolvidos - Semana 1

## ▷ Exercício 9(a)

$$\begin{aligned} \text{(a) max} \quad & f(x_1, x_2, x_3) = -5x_1 - 3x_2 + 7x_3 \\ \text{s.a} \quad & 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 \geq 7 \\ & 3x_1 - 5x_2 + 5x_3 \leq 5 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 2, x_3 \text{ livre} \end{aligned}$$

# Exercícios resolvidos - Semana 1

## ▷ Exercício 9(a)

Substituindo  $x_2 = x'_2 + 2$ ,  $x_3 = x_3^+ - x_3^-$  e adicionando  $x_4$  e  $x_5$ :

$$\begin{aligned} -\min \quad & 5x_1 + 3x'_2 - 7x_3^+ + 7x_3^- + 6 \\ \text{s.a} \quad & -2x_1 - 4x'_2 - 6x_3^+ + 6x_3^- + x_4 = 1 \\ & 3x_1 - 5x'_2 + 5x_3^+ - 5x_3^- + x_5 = 15 \\ & x_1, x'_2, x_3^+, x_3^-, x_4, x_5 \geq 0. \end{aligned}$$



# Exercícios resolvidos - Semana 1

## ▷ Exercício 9(b)

$$(b) \max \quad f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1 - 3x_2 + 7x_3$$

$$\text{s.a} \quad 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 7$$

$$3x_1 - 5x_2 + 3x_3 \leq 5$$

$$-4x_1 - 9x_2 + 4x_3 \leq -4$$

$$x_1 \geq -2, 0 \leq x_2 \leq 4, x_3 \geq 0$$

# Exercícios resolvidos - Semana 1

## ▷ Exercício 9(b)

Substituindo  $x_1 = x'_1 - 2$  e adicionando  $x_4, x_5, x_6$ :

$$-\min \quad -2x'_1 + 3x_2 - 7x_3 + 4$$

$$\text{s.a} \quad 2x'_1 + 4x_2 + 6x_3 = 11$$

$$3x'_1 - 5x_2 + 3x_3 + x_4 = 11$$

$$4x'_1 + 9x_2 - 4x_3 - x_5 = 12$$

$$x_2 + x_6 = 4$$

$$x'_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0.$$

# Tópicos da Semana 2

## 2.1. Conceitos importantes da teoria de Otimização

- ▶ <https://www.youtube.com/watch?v=eDhsMJAcPz0>

## 2.2. Introdução à Dualidade

- ▶ <https://www.youtube.com/watch?v=At245dRQXl8>
- ▶ <https://www.youtube.com/watch?v=HYK1lgOuMzA>

## 2.3. Teoria de Dualidade

- ▶ [https://www.youtube.com/watch?v=u\\_vNrV14RXM](https://www.youtube.com/watch?v=u_vNrV14RXM)
- ▶ [https://www.youtube.com/watch?v=a3QJg\\_50170](https://www.youtube.com/watch?v=a3QJg_50170)
- ▶ <https://www.youtube.com/watch?v=4wKQ2J9H6BA>
- ▶ <https://www.youtube.com/watch?v=MBk0u9sexP0>

- ▶ Obrigado pela atenção!
- ▶ Dúvidas?