Universidade Federal de São Carlos
Departamento de Engenharia de Produção

Otimização Linear Contínua e Discreta (Tópicos Avançados em PCSP)

PPGEP, UFSCar - Semestre 01/2022
Prof. Dr. Pedro Munari (munari@dep.ufscar.br)

Tópico 12.3: Explorando a estrutura em blocos: problema mestre desagregado

Objetivos deste tópico

- Entender como explorar a estrutura em blocos ao aplicar a decomposição Dantzig-Wolfe e o método de geração de colunas;
- Fixar os conceitos por meio da resolução de um exercício.

Decomposição de Dantzig-Wolfe

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

$$\begin{aligned} \text{min} \quad & f(x) = c^T x, \\ \text{s.a} \quad & Ax = b, \\ & x \in \mathcal{X}, \end{aligned}$$

$$\mathcal{X} = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Dx = d, x \geq 0\},\ b \in \mathbb{R}^m,\ d \in \mathbb{R}^h$$

$$D = \begin{bmatrix} D^1 & & & \\ & D^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & D^K \end{bmatrix}$$

Decomposição de Dantzig-Wolfe

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

$$\begin{aligned}
\text{min} \quad & f(x) = c^1x^1 + c^2x^2 + \ldots + c^Kx^K, \\
\text{s.a} \quad & A^1x^1 + A^2x^2 + \ldots + A^Kx^K = b, \\
& x^k \in \mathcal{X}^k, \qquad\qquad k = 1, \ldots, K.
\end{aligned}$$

$$\mathcal{X}^k = \{x^k \in \mathbb{R}^{n_k} \mid D^kx^k = d^k, x^k \geq 0\},\ b \in \mathbb{R}^m,\ d \in \mathbb{R}^h$$

$$D = \begin{bmatrix} D^1 & & & \\ & D^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & D^K \end{bmatrix}$$

Decomposição de Dantzig-Wolfe

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- Pelo *Teorema da Representação*, qualquer $x^k \in \mathcal{X}^k$ pode ser escrito como uma combinação de pontos extremos e raios extremos de $\mathcal{X}^k$:

$$x^k = \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k \bar{x}_q^k + \sum_{r \in R^k} \mu_r^k \bar{x}_r^k, \quad \text{com} \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k = 1, \lambda_q^k \geq 0, \mu_r^k \geq 0.$$

Decomposição de Dantzig-Wolfe

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- Pelo *Teorema da Representação*, qualquer $x^k \in \mathcal{X}^k$ pode ser escrito como uma combinação de pontos extremos e raios extremos de $\mathcal{X}^k$:

$$x^k = \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k \bar{x}_q^k + \sum_{r \in R^k} \mu_r^k \bar{x}_r^k, \quad \text{com} \quad \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k = 1, \lambda_q^k \geq 0, \mu_r^k \geq 0.$$

sendo Q^k e R^k os conjuntos de índices de pontos extremos e raios extremos de $\mathcal{X}^k$, $k = 1, \ldots, K$;

Decomposição de Dantzig-Wolfe

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- Pelo *Teorema da Representação*, qualquer $x^k \in \mathcal{X}^k$ pode ser escrito como uma combinação de pontos extremos e raios extremos de $\mathcal{X}^k$:

$$x^k = \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k \bar{x}_q^k + \sum_{r \in R^k} \mu_r^k \bar{x}_r^k, \quad \text{com} \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k = 1, \lambda_q^k \geq 0, \mu_r^k \geq 0.$$

  sendo Q^k e R^k os conjuntos de índices de pontos extremos e raios extremos de $\mathcal{X}^k$, $k = 1, \ldots, K$;
- Substituindo cada x^k no problema do slide anterior e desenvolvendo de modo semelhante ao feito anteriormente, obtemos o **Problema Mestre Desagregado**;

Decomposição de Dantzig-Wolfe

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **Problema Mestre (Desagregado):**

$$\begin{aligned}
\text{min} \quad & \sum_{k=1}^{K} \sum_{q \in Q^k} c_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^{K} \sum_{r \in R^k} c_r \mu_r^k \\
\text{s.a} \quad & \sum_{k=1}^{K} \sum_{q \in Q^k} a_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^{K} \sum_{r \in R^k} a_r \mu_r^k = b, \\
& \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k = 1, \qquad k = 1, \ldots, K, \\
& \lambda_q^k \geq 0, \ \mu_r^k \geq 0, \qquad k = 1, \ldots, K, \ \forall q \in Q^k, \forall r \in R^k.
\end{aligned}$$

Decomposição de Dantzig-Wolfe

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **Problema Mestre (Desagregado):**

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & \sum_{k=1}^{K} \sum_{q \in Q^k} c_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^{K} \sum_{r \in R^k} c_r \mu_r^k && \\
\text{s.a} \quad & \sum_{k=1}^{K} \sum_{q \in Q^k} a_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^{K} \sum_{r \in R^k} a_r \mu_r^k = b, && (\bar{p}) \\
& \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k = 1, && k = 1, \dots, K, \\
& \lambda_q^k \geq 0, \ \mu_r^k \geq 0, && k = 1, \dots, K, \ \forall q \in Q^k, \forall r \in R^k.
\end{aligned}
$$

Decomposição de Dantzig-Wolfe

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **Problema Mestre (Desagregado):**

$$\begin{aligned}
\text{min} \quad & \sum_{k=1}^{K} \sum_{q \in Q^k} c_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^{K} \sum_{r \in R^k} c_r \mu_r^k \\
\text{s.a} \quad & \sum_{k=1}^{K} \sum_{q \in Q^k} a_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^{K} \sum_{r \in R^k} a_r \mu_r^k = b, & & (\bar{p}) \\
& \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k = 1, & k = 1, \ldots, K, & \quad (\bar{v}) \\
& \lambda_q^k \geq 0, \ \mu_r^k \geq 0, & k = 1, \ldots, K, \ \forall q \in Q^k, \forall r \in R^k. &
\end{aligned}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **Problema Mestre (Desagregado) Restrito:**

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & \sum_{k=1}^{K} \sum_{q \in \tilde{Q}^k} c_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^{K} \sum_{r \in \tilde{R}^k} c_r \mu_r^k \\
\text{s.a} \quad & \sum_{k=1}^{K} \sum_{q \in \tilde{Q}^k} a_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^{K} \sum_{r \in \tilde{R}^k} a_r \mu_r^k = b, \\
& \sum_{q \in \tilde{Q}^k} \lambda_q^k = 1, \qquad k = 1, \dots, K, \\
& \lambda_q^k \geq 0, \ \mu_r^k \geq 0, \qquad k = 1, \dots, K, \ \forall q \in \tilde{Q}^k, \forall r \in \tilde{R}^k.
\end{aligned}
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **Problema Mestre (Desagregado) Restrito:**

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & \sum_{k=1}^{K} \sum_{q \in \tilde{Q}^k} c_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^{K} \sum_{r \in \tilde{R}^k} c_r \mu_r^k \\
\text{s.a} \quad & \sum_{k=1}^{K} \sum_{q \in \tilde{Q}^k} a_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^{K} \sum_{r \in \tilde{R}^k} a_r \mu_r^k = b, && (\bar{p}) \\
& \sum_{q \in \tilde{Q}^k} \lambda_q^k = 1, && k = 1, \ldots, K, \\
& \lambda_q^k \geq 0, \ \mu_r^k \geq 0, && k = 1, \ldots, K, \ \forall q \in \tilde{Q}^k, \forall r \in \tilde{R}^k.
\end{aligned}
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **Problema Mestre (Desagregado) Restrito:**

$$\begin{array}{llll}
\text{min} & \displaystyle\sum_{k=1}^{K}\sum_{q\in\tilde{Q}^k} c_q\lambda_q^k + \sum_{k=1}^{K}\sum_{r\in\tilde{R}^k} c_r\mu_r^k & & \\
\text{s.a} & \displaystyle\sum_{k=1}^{K}\sum_{q\in\tilde{Q}^k} a_q\lambda_q^k + \sum_{k=1}^{K}\sum_{r\in\tilde{R}^k} a_r\mu_r^k = b, & & (\bar{p}) \\
& \displaystyle\sum_{q\in\tilde{Q}^k} \lambda_q^k = 1, & k=1,\ldots,K, & (\bar{v}) \\
& \lambda_q^k \geq 0,\ \mu_r^k \geq 0, & k=1,\ldots,K,\ \forall q\in\tilde{Q}^k, \forall r\in\tilde{R}^k. &
\end{array}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **Problema Mestre (Desagregado) Restrito:**

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & \sum_{k=1}^{K} \sum_{q \in \tilde{Q}^k} c_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^{K} \sum_{r \in \tilde{R}^k} c_r \mu_r^k \\
\text{s.a} \quad & \sum_{k=1}^{K} \sum_{q \in \tilde{Q}^k} a_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^{K} \sum_{r \in \tilde{R}^k} a_r \mu_r^k = b, && && (\bar{p}) \\
& \sum_{q \in \tilde{Q}^k} \lambda_q^k = 1, && k = 1, \ldots, K, && (\bar{v}) \\
& \lambda_q^k \geq 0, \ \mu_r^k \geq 0, && k = 1, \ldots, K, \ \forall q \in \tilde{Q}^k, \forall r \in \tilde{R}^k.
\end{aligned}
$$

Menor custo relativo de uma λ_q^k: $\min\{c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \mid x^k \in \mathcal{X}^k\} - \bar{v}_k$;

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **Problema Mestre (Desagregado) Restrito:**

$$\min \quad \sum_{k=1}^{K} \sum_{q \in \tilde{Q}^k} c_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^{K} \sum_{r \in \tilde{R}^k} c_r \mu_r^k$$

$$\text{s.a} \quad \sum_{k=1}^{K} \sum_{q \in \tilde{Q}^k} a_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^{K} \sum_{r \in \tilde{R}^k} a_r \mu_r^k = b, \qquad (\bar{p})$$

$$\sum_{q \in \tilde{Q}^k} \lambda_q^k = 1, \qquad k = 1, \ldots, K, \qquad (\bar{v})$$

$$\lambda_q^k \geq 0, \ \mu_r^k \geq 0, \qquad k = 1, \ldots, K, \ \forall q \in \tilde{Q}^k, \forall r \in \tilde{R}^k.$$

Menor custo relativo de uma λ_q^k: $\min\{c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \mid x^k \in \mathcal{X}^k\} - \bar{v}_k$;

Para uma variável μ_r^k, temos: $\min\{c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \mid x^k \in \mathcal{X}^k\}$.

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **K subproblemas:**

$$z^k_{SP} = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **K subproblemas:**

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **K subproblemas:**

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **K subproblemas:**

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
  - Caso tenha solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo $\bar{x}_q^k$.

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **K subproblemas:**

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
  - Caso tenha solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo $\bar{x}_q^k$. Se $z_{SP}^k - \bar{v}_k < 0$, então $\bar{x}_q^k$ não está no PMR atual. Temos uma variável com custo relativo negativo para incluir no PMR.

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **K subproblemas:**

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
  - Caso tenha solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo $\bar{x}_q^k$. Se $z_{SP}^k - \bar{v}_k < 0$, então $\bar{x}_q^k$ não está no PMR atual. Temos uma variável com custo relativo negativo para incluir no PMR. Logo, adicionamos q a $\tilde{Q}^k$, resultando em uma nova coluna:

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **K subproblemas:**

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
  - Caso tenha solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo $\bar{x}_q^k$. Se $z_{SP}^k - \bar{v}_k < 0$, então $\bar{x}_q^k$ não está no PMR atual. Temos uma variável com custo relativo negativo para incluir no PMR. Logo, adicionamos q a $\tilde{Q}^k$, resultando em uma nova coluna:

$$\begin{bmatrix} c^k \bar{x}_q^k \\ A^k \bar{x}_q^k \\ e_k \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **K subproblemas:**

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
  - Caso tenha solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo $\bar{x}_q^k$. Se $z_{SP}^k - \bar{v}_k < 0$, então $\bar{x}_q^k$ não está no PMR atual. Temos uma variável com custo relativo negativo para incluir no PMR. Logo, adicionamos q a $\tilde{Q}^k$, resultando em uma nova coluna:

$$\begin{bmatrix} c^k \bar{x}_q^k \\ A^k \bar{x}_q^k \\ e_k \end{bmatrix} \rightarrow \text{função objetivo}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **K subproblemas:**

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
  - Caso tenha solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo $\bar{x}_q^k$. Se $z_{SP}^k - \bar{v}_k < 0$, então $\bar{x}_q^k$ não está no PMR atual. Temos uma variável com custo relativo negativo para incluir no PMR. Logo, adicionamos q a $\tilde{Q}^k$, resultando em uma nova coluna:

$$\begin{bmatrix} c^k \bar{x}_q^k \\ A^k \bar{x}_q^k \\ e_k \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{ função objetivo} \\ \rightarrow \text{ restrições de acoplamento} \\ \\ \end{array}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **K subproblemas:**

$$z^k_{SP} = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
  - Caso tenha solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo $\bar{x}^k_q$. Se $z^k_{SP} - \bar{v}_k < 0$, então $\bar{x}^k_q$ não está no PMR atual. Temos uma variável com custo relativo negativo para incluir no PMR. Logo, adicionamos q a $\tilde{Q}^k$, resultando em uma nova coluna:

$$\begin{bmatrix} c^k \bar{x}^k_q \\ A^k \bar{x}^k_q \\ e_k \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{ função objetivo} \\ \rightarrow \text{ restrições de acoplamento} \\ \rightarrow \ = 1 \text{ na } k\text{-ésima restr. de convexidade} \end{array}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **K subproblemas:**

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
  - Caso seja ilimitado, então existe um raio extremo $\bar{x}_r^k$. Logo, $\bar{x}_r^k$ não está no PMR e temos uma variável com custo relativo negativo a incluir.

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **K subproblemas:**

$$z^k_{SP} = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
  - Caso seja ilimitado, então existe um raio extremo $\bar{x}^k_r$. Logo, $\bar{x}^k_r$ não está no PMR e temos uma variável com custo relativo negativo a incluir. Adicionamos r a $\tilde{R}^k$, resultando em uma nova coluna:

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **K subproblemas:**

$$z^k_{SP} = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
  - Caso seja ilimitado, então existe um raio extremo $\bar{x}^k_r$. Logo, $\bar{x}^k_r$ não está no PMR e temos uma variável com custo relativo negativo a incluir. Adicionamos r a $\tilde{R}^k$, resultando em uma nova coluna:

$$\begin{bmatrix} c^k \bar{x}^k_r \\ A^k \bar{x}^k_r \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **K subproblemas:**

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
  - Caso seja ilimitado, então existe um raio extremo $\bar{x}_r^k$. Logo, $\bar{x}_r^k$ não está no PMR e temos uma variável com custo relativo negativo a incluir. Adicionamos r a $\tilde{R}^k$, resultando em uma nova coluna:

$$\begin{bmatrix} c^k \bar{x}_r^k \\ A^k \bar{x}_r^k \\ 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{ função objetivo} \\ \\ \\ \end{array}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **K subproblemas:**

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
  - Caso seja ilimitado, então existe um raio extremo $\bar{x}_r^k$. Logo, $\bar{x}_r^k$ não está no PMR e temos uma variável com custo relativo negativo a incluir. Adicionamos r a $\tilde{R}^k$, resultando em uma nova coluna:

$$\begin{bmatrix} c^k \bar{x}_r^k \\ A^k \bar{x}_r^k \\ 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{ função objetivo} \\ \rightarrow \text{ restrições de acoplamento} \\ \end{array}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- **K subproblemas:**

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
  - Caso seja ilimitado, então existe um raio extremo $\bar{x}_r^k$. Logo, $\bar{x}_r^k$ não está no PMR e temos uma variável com custo relativo negativo a incluir. Adicionamos r a $\tilde{R}^k$, resultando em uma nova coluna:

$$\begin{bmatrix} c^k \bar{x}_r^k \\ A^k \bar{x}_r^k \\ 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{ função objetivo} \\ \rightarrow \text{ restrições de acoplamento} \\ \rightarrow \text{ restrição de convexidade} \end{array}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- Limitante *superior* para z_{PM}:

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- Limitante *superior* para z_{PM}: z_{PMR};

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- Limitante *superior* para z_{PM}: z_{PMR};
- Limitante *inferior* para z_{PM}:

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- Limitante *superior* para z_{PM}: z_{PMR};
- Limitante *inferior* para z_{PM}: $z_{PMR} + \min_{k=1,\ldots,K} \{z_{SP}^k - v_k\}$;

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- Limitante *superior* para z_{PM}: z_{PMR};
- Limitante *inferior* para z_{PM}: $z_{PMR} + \min_{k=1,\ldots,K}\{z_{SP}^k - v_k\}$; (quando todos os subproblemas têm solução ótima);

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- Limitante *superior* para z_{PM}: z_{PMR};
- Limitante *inferior* para z_{PM}: $z_{PMR} + \min_{k=1,\dots,K}\{z_{SP}^k - v_k\}$; (quando todos os subproblemas têm solução ótima);
- Logo, o método é finalizado quando:

$$z_{SP}^k - v_k = 0, \; \forall k = 1, \dots, K.$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício: Aplique DDW e resolva por geração de colunas

Uma fábrica de refrigerantes produz dois tipos de bebidas, por meio de um único tanque. Para processar 1000 litros da bebida 1 são necessárias 100 horas do tanque, enquanto para 1000 litros da bebida 2, são necessárias 80 horas. A disponibilidade do tanque para a fabricação destas bebidas nos próximos 3 meses é de 240, 320 e 200 horas. O departamento de vendas fez uma previsão de demanda para os próximos 3 meses. A demanda de cada bebida e os possíveis custos envolvidos são dados na tabela abaixo. Deseja-se determinar quanto produzir e quanto estocar de cada bebida em cada período.

	Bebida 1			Bebida 2		
Período	1	2	3	1	2	3
Demanda (L)	900	1800	1800	400	600	800
Custo prod (R$/L)	1.0	1.5	2.0	0.5	0.5	0.9
Custo estoc (R$/L)	0.5	0.25	—	0.25	0.25	—

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício: Aplique DDW e resolva por geração de colunas

$$
\begin{array}{ll}
\text{min} & 1.0x_{11} + 1.5x_{12} + 2.0x_{13} + 0.5x_{21} + 0.5x_{22} \\
& +0.9x_{23} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \\
& \\
\text{s.a} & 0.1x_{11} + 0.08x_{21} \leq 240 \\
& 0.1x_{12} + 0.08x_{22} \leq 320 \\
& 0.1x_{13} + 0.08x_{23} \leq 200 \\
& x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{10} = 0,\ I_{20} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, \ldots, x_{23} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, \ldots, I_{23} \geq 0
\end{array}
$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício: Aplique DDW e resolva por geração de colunas

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & 1.0x_{11} + 1.5x_{12} + 2.0x_{13} + 0.5x_{21} + 0.5x_{22} \\
& +0.9x_{23} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \\
\text{s.a} \quad & 0.1x_{11} + 0.08x_{21} \leq 240 \\
& 0.1x_{12} + 0.08x_{22} \leq 320 \\
& 0.1x_{13} + 0.08x_{23} \leq 200 \\
& (x_1, I_1) \in \mathcal{X}^1,\ (x_2, I_2) \in \mathcal{X}^2
\end{aligned}
$$

$$
\mathcal{X}^1 = \left\{ \begin{array}{c} x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\ x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\ x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\ I_{10} = 0 \\ x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\ I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0 \end{array} \right\}, \quad \mathcal{X}^2 = \left\{ \begin{array}{c} x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\ x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\ x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\ I_{20} = 0, \\ x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\ I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0 \end{array} \right\}.
$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício: Aplique DDW e resolva por geração de colunas

Problema Mestre:

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & \sum_{i=1}^{n} \sum_{q \in Q^i} \sum_{t=1}^{T} (c_{it}\bar{x}_{qit} + h_{it}\bar{I}_{qit})\lambda_q^i \\
\text{s.a} \quad & \sum_{i=1}^{n} \sum_{q \in Q^i} (a_i \bar{x}_{qit})\lambda_q^i \leq b_t, && t = 1, \ldots, T, \\
& \sum_{q \in Q^i} \lambda_q^i = 1, && i = 1, \ldots, n, \\
& \lambda_q^i \geq 0, && i = 1, \ldots, n, \; q \in Q_i.
\end{aligned}
$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício: Aplique DDW e resolva por geração de colunas

Subproblemas:

$$z_{SP}^i = \min \quad \sum_{t=1}^{T} \left(c_{it}x_{it} + h_{it}I_{it} - \bar{p}^T a_i x_{it} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & x_{it} + I_{i,t-1} = d_{it} + I_{it}, && t = 1, \ldots, T, \\ & I_{i0} = 0, && \\ & x_{it} \geq 0, I_{it} \geq 0, && t = 1, \ldots, T. \end{aligned}$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício

Problema mestre:

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & \sum_{q \in Q^1} (1.0\bar{x}_{q11} + 1.5\bar{x}_{q12} + 2.0\bar{x}_{q13} + 0.5\bar{I}_{q11} + 0.25\bar{I}_{q12})\lambda_q^1 \\
& + \sum_{q \in Q^2} (0.5x_{q21} + 0.5x_{q22} + 0.9x_{q23} + 0.25I_{q21} + 0.25I_{q22})\lambda_q^2 \\
\text{s.a} \quad & \sum_{q \in Q^1} (0.1\bar{x}_{q11})\lambda_q^1 + \sum_{q \in Q^2} (0.08\bar{x}_{q21})\lambda_q^2 \leq 240 \\
& \sum_{q \in Q^1} (0.1\bar{x}_{q12})\lambda_q^1 + \sum_{q \in Q^2} (0.08\bar{x}_{q22})\lambda_q^2 \leq 320 \\
& \sum_{q \in Q^1} (0.1\bar{x}_{q13})\lambda_q^1 + \sum_{q \in Q^2} (0.08\bar{x}_{q23})\lambda_q^2 \leq 200 \\
& \sum_{q \in Q^1} \lambda_q^1 = 1, \\
& \sum_{q \in Q^2} \lambda_q^2 = 1, \\
& \lambda_q^1, \lambda_q^2 \geq 0.
\end{aligned}
$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício

Subproblemas:

$$
\begin{aligned}
z_{SP}^1 = \text{min} \;\; & 1.0x_{11} + 0.5I_{11} + 1.5x_{12} + 0.25I_{12} \\
& +2.0x_{13} - \bar{p}_1 0.1x_{11} - \bar{p}_2 0.1x_{12} - \bar{p}_3 0.1x_{13} \\
\text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício

Subproblemas:

$$
\begin{aligned}
z_{SP}^1 = \text{min } & 1.0x_{11} + 0.5I_{11} + 1.5x_{12} + 0.25I_{12} \\
& +2.0x_{13} - \bar{p}_1 0.1x_{11} - \bar{p}_2 0.1x_{12} - \bar{p}_3 0.1x_{13} \\
\text{s.a } \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
z_{SP}^2 = \text{min } & 0.5x_{21} + 0.25I_{21} + 0.5x_{22} + 0.25I_{22} \\
& +0.9x_{23} - \bar{p}_1 0.08x_{21} - \bar{p}_2 0.08x_{22} - \bar{p}_3 0.08x_{23} \\
\text{s.a } \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{20} = 0 \\
& x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{aligned}
$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício

Subproblemas:

$$\begin{aligned}
z_{SP}^1 = \min\ & (1.0 - 0.1\bar{p}_1)x_{11} + (1.5 - 0.1\bar{p}_2)x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1\bar{p}_3)x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a}\quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z_{SP}^2 = \min\ & (0.5 - 0.08\bar{p}_1)x_{21} + (0.5 - 0.08\bar{p}_2)x_{22} \\
& +(0.9 - 0.08\bar{p}_3)x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \\
\text{s.a}\quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{20} = 0 \\
& x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{aligned}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

PMR inicial

Colunas iniciais geradas com $\bar{p} = (0, 0, 0)$

$$
\begin{aligned}
(\text{PMR}_0) \quad \text{min} \quad & 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 \\
\text{s.a} \quad & 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 \leq 240 \\
& 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 \leq 320 \\
& 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 \leq 200 \\
& \lambda_1^1 = 1, \\
& \lambda_1^2 = 1, \\
& \lambda_1^1, \lambda_1^2 \geq 0.
\end{aligned}
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

PMR inicial

Colunas iniciais geradas com $\bar{p} = (0, 0, 0)$

$$
\begin{aligned}
(\text{PMR}_0) \quad \text{min} \quad & 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 \\
\text{s.a} \quad & 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 \leq 240 \\
& 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 \leq 320 \\
& 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 \leq 200 \\
& \lambda_1^1 = 1, \\
& \lambda_1^2 = 1, \\
& \lambda_1^1, \lambda_1^2 \geq 0.
\end{aligned}
$$

Infactível!

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

PMR inicial

Colunas iniciais geradas com $\bar{p} = (0, 0, 0)$

$$
\begin{array}{lll}
(\text{PMR}_0) & \text{min} & 10^4\lambda^a + 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 \\
& \text{s.a} & 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 \leq 240 \\
& & 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 \leq 320 \\
& & 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 \leq 200 \\
& & 1\lambda^a + \lambda_1^1 = 1, \\
& & 1\lambda^a + \lambda_1^2 = 1, \\
& & \lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2 \geq 0.
\end{array}
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

PMR inicial

Colunas iniciais geradas com $\bar{p} = (0, 0, 0)$

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{PMR}_0) \quad \min \quad & 10^4\lambda^a + 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 \\
\text{s.a} \quad & 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 \leq 240 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 \leq 320 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 \leq 200 \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^1 = 1, \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^2 = 1, \\
& \lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2 \geq 0.
\end{aligned}
$$

$$\bar{\lambda}^a = 0.5031; \bar{\lambda}_1^1 = 0.4969; \bar{\lambda}_1^2 = 0.4969;$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

PMR inicial

Colunas iniciais geradas com $\bar{p} = (0, 0, 0)$

$$
\begin{aligned}
(\text{PMR}_0) \quad \min \quad & 10^4\lambda^a + 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 \\
\text{s.a} \quad & 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 \leq 240 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 \leq 320 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 \leq 200 \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^1 = 1, \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^2 = 1, \\
& \lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2 \geq 0.
\end{aligned}
$$

$$\bar{\lambda}^a = 0.5031; \bar{\lambda}_1^1 = 0.4969; \bar{\lambda}_1^2 = 0.4969;$$

$$\bar{p}_1 = -4.4699; \bar{p}_2 = 0; \bar{p}_3 = 0; \bar{v}_1 = 8761.44; \bar{v}_2 = 1243.04;$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

PMR inicial

Colunas iniciais geradas com $\bar{p} = (0, 0, 0)$

$$
\begin{aligned}
(\text{PMR}_0) \quad \min \quad & 10^4\lambda^a + 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 \\
\text{s.a} \quad & 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 \leq 240 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 \leq 320 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 \leq 200 \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^1 = 1, \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^2 = 1, \\
& \lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2 \geq 0.
\end{aligned}
$$

$$\bar{\lambda}^a = 0.5031; \bar{\lambda}_1^1 = 0.4969; \bar{\lambda}_1^2 = 0.4969;$$

$$\bar{p}_1 = -4.4699; \bar{p}_2 = 0; \bar{p}_3 = 0; \bar{v}_1 = 8761.44; \bar{v}_2 = 1243.04;$$

$$LS = 8931.7; LI = -\infty.$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{SP}_1^0)\ \min \quad & (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$
\begin{aligned}
(\mathsf{SP}_1^0)\ \min \quad & (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$(\text{SP}_1^0) \ \min \quad (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12}$$

$$\text{s.a} \quad \begin{aligned} x_{11} + I_{10} - I_{11} &= 900 \\ x_{12} + I_{11} - I_{12} &= 1800 \\ x_{13} + I_{12} - I_{13} &= 1800 \\ I_{10} &= 0 \\ x_{11}, x_{12}, x_{13} &\geq 0 \\ I_{11}, I_{12}, I_{13} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{SP}_1^0)\ \min \quad & (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1
$$

$$
= 7152.29 - 8761.44
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$
\begin{aligned}
(\mathsf{SP}_1^0)\ \min \quad & (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1
$$

$$
= 7152.29 - 8761.44 = -1609.15
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$(\text{SP}_1^0) \ \min \quad (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\ & x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\ & x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\ & I_{10} = 0 \\ & x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\ & I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0 \end{aligned}$$

$$z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1$$

$$= 7152.29 - 8761.44 = -1609.15 < 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$
\begin{array}{lrl}
(\mathsf{SP}_1^0) \ \min & & (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\
& & +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a} & & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& & x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& & x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& & I_{10} = 0 \\
& & x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& & I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{array}
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29
$$

$$
z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1
$$

$$
= 7152.29 - 8761.44 = -1609.15 < 0
$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$
\begin{bmatrix} (c_1, h_1)(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ \\ A_1(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$(\text{SP}_1^0) \ \min \quad (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12}$$

$$\text{s.a} \quad \begin{aligned} x_{11} + I_{10} - I_{11} &= 900 \\ x_{12} + I_{11} - I_{12} &= 1800 \\ x_{13} + I_{12} - I_{13} &= 1800 \\ I_{10} &= 0 \\ x_{11}, x_{12}, x_{13} &\geq 0 \\ I_{11}, I_{12}, I_{13} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1$$

$$= 7152.29 - 8761.44 = -1609.15 < 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_1, h_1)(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ \\ A_1(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6750 \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{SP}_1^0)\ \min \quad & (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1
$$

$$
= 7152.29 - 8761.44 = -1609.15 < 0
$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$
\begin{bmatrix} (c_1, h_1)(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ \\ A_1(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6750 \\ 90 \\ 360 \\ 0 \\ \\ \\ \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$
\begin{aligned}
(\text{SP}_1^0)\ \min\quad & (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a}\quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29
$$

$$
z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1
$$

$$
= 7152.29 - 8761.44 = -1609.15 < 0
$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$
\begin{bmatrix} (c_1, h_1)(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ \\ A_1(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6750 \\ 90 \\ 360 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{SP}_2^0)\ \min \quad & (0.5 - 0.08(-4.4699))x_{21} + (0.5 - 0.08(0))x_{22} \\
& +(0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25 I_{21} + 0.25 I_{22} \\
\text{s.a} \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{20} = 0 \\
& x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{aligned}
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{SP}_2^0)\ \min \quad & (0.5 - 0.08(-4.4699))x_{21} + (0.5 - 0.08(0))x_{22} \\
& +(0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \\
\text{s.a} \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{20} = 0 \\
& x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1243.04
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{SP}_2^0)\ \min \quad & (0.5 - 0.08(-4.4699))x_{21} + (0.5 - 0.08(0))x_{22} \\
& +(0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \\
\text{s.a} \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{20} = 0 \\
& x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
z_{SP} = ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1243.04
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$
\begin{aligned}
(\text{SP}_2^0)\ \min \quad & (0.5 - 0.08(-4.4699))x_{21} + (0.5 - 0.08(0))x_{22} \\
& + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25 I_{21} + 0.25 I_{22} \\
\text{s.a} \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{20} = 0 \\
& x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
z_{SP} &= ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\
&= 1243.04 - 1243.04
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1243.04
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$
\begin{array}{lll}
(\text{SP}_2^0)\ \min & (0.5-0.08(-4.4699))x_{21}+(0.5-0.08(0))x_{22} & \\
& \quad +(0.9-0.08(0))x_{23}+0.25I_{21}+0.25I_{22} & \\
\text{s.a} & x_{21}+I_{20}-I_{21}=400 & \\
& x_{22}+I_{21}-I_{22}=600 & \\
& x_{23}+I_{22}-I_{23}=800 & \\
& I_{20}=0 & \\
& x_{21},x_{22},x_{23}\geq 0 & \\
& I_{21},I_{22},I_{23}\geq 0 &
\end{array}
$$

$$
z_{SP}=((c_2,h_2)-\bar{p}^TA_2)\begin{bmatrix}\bar{x}_2\\ \bar{I}_2\end{bmatrix}-\bar{v}_2 = 1243.04-1243.04=0
$$

$$
\begin{bmatrix}\bar{x}_{21}\\ \bar{x}_{22}\\ \bar{x}_{23}\\ \bar{I}_{21}\\ \bar{I}_{22}\\ \bar{I}_{23}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}400\\ 1400\\ 0\\ 0\\ 800\\ 0\end{bmatrix},\quad \bar{f}_2=1243.04
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$
\begin{array}{lll}
(\text{SP}_2^0) & \min & (0.5 - 0.08(-4.4699))x_{21} + (0.5 - 0.08(0))x_{22} \\
& & +(0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \\
& \text{s.a} & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& & x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& & x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& & I_{20} = 0 \\
& & x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& & I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{array}
$$

$$
z_{SP} = ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2
$$

$$
= 1243.04 - 1243.04 = 0
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1243.04
$$

Nenhuma coluna será gerada!

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

PMR

$$
\begin{array}{lll}
(\mathsf{PMR}_1) & \min & 10^4\lambda^a + 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 + 6750\lambda_2^1 \\
& \text{s.a} & 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 + 90\lambda_2^1 \leq 240 \\
& & 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 + 360\lambda_2^1 \leq 320 \\
& & 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 + 0\lambda_2^1 \leq 200 \\
& & 1\lambda^a + \lambda_1^1 + \lambda_2^1 = 1, \\
& & 1\lambda^a + \lambda_1^2 = 1, \\
& & \lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1 \geq 0.
\end{array}
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

PMR

$$
\begin{aligned}
(\mathsf{PMR}_1) \quad \min \quad & 10^4\lambda^a + 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 + 6750\lambda_2^1 \\
\text{s.a} \quad & 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 + 90\lambda_2^1 \leq 240 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 + 360\lambda_2^1 \leq 320 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 + 0\lambda_2^1 \leq 200 \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^1 + \lambda_2^1 = 1, \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^2 = 1, \\
& \lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1 \geq 0.
\end{aligned}
$$

$$\bar{\lambda}^a = 0.0574; \bar{\lambda}_1^1 = 0.3471; \bar{\lambda}_1^2 = 0.9426; \bar{\lambda}_2^1 = 0.5955;$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

PMR

$$
\begin{aligned}
(\text{PMR}_1)\quad \min \quad & 10^4\lambda^a + 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 + 6750\lambda_2^1 \\
\text{s.a} \quad & 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 + 90\lambda_2^1 \leq 240 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 + 360\lambda_2^1 \leq 320 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 + 0\lambda_2^1 \leq 200 \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^1 + \lambda_2^1 = 1, \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^2 = 1, \\
& \lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1 \geq 0.
\end{aligned}
$$

$$\bar{\lambda}^a = 0.0574; \bar{\lambda}_1^1 = 0.3471; \bar{\lambda}_1^2 = 0.9426; \bar{\lambda}_2^1 = 0.5955;$$

$$\bar{p}_1 = -3.6318; \bar{p}_2 = -3.6318; \bar{p}_3 = 0; \bar{v}_1 = 8384.29; \bar{v}_2 = 1622.97;$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

PMR

$$
\begin{array}{lll}
(\text{PMR}_1) & \min & 10^4\lambda^a + 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 + 6750\lambda_2^1 \\
& \text{s.a} & 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 + 90\lambda_2^1 \leq 240 \\
& & 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 + 360\lambda_2^1 \leq 320 \\
& & 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 + 0\lambda_2^1 \leq 200 \\
& & 1\lambda^a + \lambda_1^1 + \lambda_2^1 = 1, \\
& & 1\lambda^a + \lambda_1^2 = 1, \\
& & \lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1 \geq 0.
\end{array}
$$

$$\bar{\lambda}^a = 0.0574; \bar{\lambda}_1^1 = 0.3471; \bar{\lambda}_1^2 = 0.9426; \bar{\lambda}_2^1 = 0.5955;$$

$$\bar{p}_1 = -3.6318; \bar{p}_2 = -3.6318; \bar{p}_3 = 0; \bar{v}_1 = 8384.29; \bar{v}_2 = 1622.97;$$

$$LS = 7973.48; LI = 8931.7 + (-1609.15) + 0 = 7322.55.$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{SP}_1^1)\ \min \quad & (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$
\begin{aligned}
(\text{SP}_1^1)\ \min \quad & (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{SP}_1^1)\ \min \quad & (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$(\text{SP}_1^1)\ \min \quad (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12}$$

$$\text{s.a} \quad \begin{aligned} x_{11} + I_{10} - I_{11} &= 900 \\ x_{12} + I_{11} - I_{12} &= 1800 \\ x_{13} + I_{12} - I_{13} &= 1800 \\ I_{10} &= 0 \\ x_{11}, x_{12}, x_{13} &\geq 0 \\ I_{11}, I_{12}, I_{13} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1$$

$$= 8180.59 - 8384.29$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$
\begin{aligned}
(\mathsf{SP}_1^1)\ \min\quad & (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a}\quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\
&= 8180.59 - 8384.29 = -203.7
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$(\mathsf{SP}_1^1)\ \min \quad (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12}$$

$$\text{s.a} \quad \begin{aligned} x_{11} + I_{10} - I_{11} &= 900 \\ x_{12} + I_{11} - I_{12} &= 1800 \\ x_{13} + I_{12} - I_{13} &= 1800 \\ I_{10} &= 0 \\ x_{11}, x_{12}, x_{13} &\geq 0 \\ I_{11}, I_{12}, I_{13} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1$$

$$= 8180.59 - 8384.29 = -203.7 < 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$(\mathrm{SP}_1^1)\ \min \quad (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12}$$

$$\text{s.a} \quad \begin{aligned} x_{11} + I_{10} - I_{11} &= 900 \\ x_{12} + I_{11} - I_{12} &= 1800 \\ x_{13} + I_{12} - I_{13} &= 1800 \\ I_{10} &= 0 \\ x_{11}, x_{12}, x_{13} &\geq 0 \\ I_{11}, I_{12}, I_{13} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1$$

$$= 8180.59 - 8384.29 = -203.7 < 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_1, h_1)(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ \\ A_1(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$
\begin{aligned}
(\text{SP}_1^1)\ \min\quad & (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a}\quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1
$$

$$
= 8180.59 - 8384.29 = -203.7 < 0
$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$
\begin{bmatrix} (c_1, h_1)(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ A_1(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7200 \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

(SP$^1_1$) min $(1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12}$
$+(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12}$

s.a

$$\begin{aligned} x_{11} + I_{10} - I_{11} &= 900 \\ x_{12} + I_{11} - I_{12} &= 1800 \\ x_{13} + I_{12} - I_{13} &= 1800 \\ I_{10} &= 0 \\ x_{11}, x_{12}, x_{13} &\geq 0 \\ I_{11}, I_{12}, I_{13} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1$$

$$= 8180.59 - 8384.29 = -203.7 < 0$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_1, h_1)(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ A_1(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7200 \\ 270 \\ 0 \\ 180 \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{SP}_1^1)\ \min \quad & (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1
$$

$$
= 8180.59 - 8384.29 = -203.7 < 0
$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$
\begin{bmatrix} (c_1, h_1)(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ \\ A_1(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7200 \\ 270 \\ 0 \\ 180 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{SP}_2^1)\ \min \quad & (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} \\
& +(0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \\
\text{s.a} \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{20} = 0 \\
& x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{aligned}
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$
\begin{aligned}
(\mathsf{SP}_2^1)\ \min \quad & (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} \\
& +(0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \\
\text{s.a} \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{20} = 0 \\
& x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{SP}_2^1)\ \min \quad & (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} \\
& +(0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25 I_{21} + 0.25 I_{22} \\
\text{s.a} \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{20} = 0 \\
& x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
z_{SP} = ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{SP}_2^1)\ \min\quad & (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} \\
& +(0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \\
\text{s.a}\quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{20} = 0 \\
& x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
z_{SP} &= ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\
&= 1510.5 - 1622.97
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{SP}_2^1)\ \min \quad & (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} \\
& +(0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \\
\text{s.a} \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{20} = 0 \\
& x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
z_{SP} = ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2
$$

$$
= 1510.5 - 1622.97 = -112.47
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{SP}_2^1)\ \min\quad & (0.5-0.08(-3.6318))x_{21}+(0.5-0.08(-3.6318))x_{22} \\
& +(0.9-0.08(0))x_{23}+0.25I_{21}+0.25I_{22} \\
\text{s.a}\quad & x_{21}+I_{20}-I_{21}=400 \\
& x_{22}+I_{21}-I_{22}=600 \\
& x_{23}+I_{22}-I_{23}=800 \\
& I_{20}=0 \\
& x_{21},x_{22},x_{23}\geq 0 \\
& I_{21},I_{22},I_{23}\geq 0
\end{aligned}
$$

$$
z_{SP}=((c_2,h_2)-\bar{p}^T A_2)\begin{bmatrix}\bar{x}_2\\ \bar{I}_2\end{bmatrix}-\bar{v}_2
$$

$$
=1510.5-1622.97=-112.47<0
$$

$$
\begin{bmatrix}\bar{x}_{21}\\ \bar{x}_{22}\\ \bar{x}_{23}\\ \bar{I}_{21}\\ \bar{I}_{22}\\ \bar{I}_{23}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}400\\ 600\\ 800\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix},\quad \bar{f}_2=1510.5
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$(\text{SP}_2^1)\ \min \quad (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25 I_{21} + 0.25 I_{22}$$

$$\begin{aligned}
\text{s.a} \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{20} = 0 \\
& x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{aligned}$$

$$z_{SP} = ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2$$

$$= 1510.5 - 1622.97 = -112.47 < 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_2, h_2)(\bar{x}_2, \bar{I}_2) \\ \\ A_2(\bar{x}_2, \bar{I}_2) \\ \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$(\text{SP}_2^1) \min \quad (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22}$$

$$\text{s.a} \quad \begin{aligned} x_{21} + I_{20} - I_{21} &= 400 \\ x_{22} + I_{21} - I_{22} &= 600 \\ x_{23} + I_{22} - I_{23} &= 800 \\ I_{20} &= 0 \\ x_{21}, x_{22}, x_{23} &\geq 0 \\ I_{21}, I_{22}, I_{23} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$z_{SP} = ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2$$

$$= 1510.5 - 1622.97 = -112.47 < 0$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_2, h_2)(\bar{x}_2, \bar{I}_2) \\ A_2(\bar{x}_2, \bar{I}_2) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1220 \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$(\text{SP}_2^1) \min \quad (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22}$$

$$\text{s.a} \quad \begin{aligned} x_{21} + I_{20} - I_{21} &= 400 \\ x_{22} + I_{21} - I_{22} &= 600 \\ x_{23} + I_{22} - I_{23} &= 800 \\ I_{20} &= 0 \\ x_{21}, x_{22}, x_{23} &\geq 0 \\ I_{21}, I_{22}, I_{23} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$z_{SP} = ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2$$

$$= 1510.5 - 1622.97 = -112.47 < 0$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_2, h_2)(\bar{x}_2, \bar{I}_2) \\ A_2(\bar{x}_2, \bar{I}_2) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1220 \\ 32 \\ 48 \\ 64 \\ \\ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$(\text{SP}_2^1)\ \min \quad (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22}$$

$$\begin{aligned}
\text{s.a} \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{20} = 0 \\
& x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{aligned}$$

$$z_{SP} = ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2$$

$$= 1510.5 - 1622.97 = -112.47 < 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_2, h_2)(\bar{x}_2, \bar{I}_2) \\ \\ A_2(\bar{x}_2, \bar{I}_2) \\ \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1220 \\ 32 \\ 48 \\ 64 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

PMR

$$
\begin{aligned}
(\text{PMR}_2)\quad \min \quad & 10^4\lambda^a + 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 + 6750\lambda_2^1 + 7200\lambda_3^1 + 1220\lambda_2^2 \\
\text{s.a} \quad & 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 + 90\lambda_2^1 + 270\lambda_3^1 + 32\lambda_2^2 \leq 240 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 + 360\lambda_2^1 + 0\lambda_3^1 + 48\lambda_2^2 \leq 320 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 + 0\lambda_2^1 + 180\lambda_3^1 + 64\lambda_2^2 \leq 200 \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^1 + \lambda_2^1 + \lambda_3^1 = 1, \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 = 1, \\
& \lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1, \lambda_3^1, \lambda_2^2 \geq 0.
\end{aligned}
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

PMR

$$
\begin{aligned}
(\text{PMR}_2) \quad \min \quad & 10^4\lambda^a + 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 + 6750\lambda_2^1 + 7200\lambda_3^1 + 1220\lambda_2^2 \\
\text{s.a} \quad & 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 + 90\lambda_2^1 + 270\lambda_3^1 + 32\lambda_2^2 \leq 240 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 + 360\lambda_2^1 + 0\lambda_3^1 + 48\lambda_2^2 \leq 320 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 + 0\lambda_2^1 + 180\lambda_3^1 + 64\lambda_2^2 \leq 200 \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^1 + \lambda_2^1 + \lambda_3^1 = 1, \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 = 1, \\
& \lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1, \lambda_3^1, \lambda_2^2 \geq 0.
\end{aligned}
$$

$$\bar{\lambda}^a = 0; \bar{\lambda}_1^1 = 0.3278; \bar{\lambda}_1^2 = 0.4688; \bar{\lambda}_2^1 = 0.6722; \bar{\lambda}_3^1 = 0; \bar{\lambda}_2^2 = 0.5313;$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

PMR

$$
\begin{aligned}
(\text{PMR}_2) \quad \min \quad & 10^4\lambda^a + 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 + 6750\lambda_2^1 + 7200\lambda_3^1 + 1220\lambda_2^2 \\
\text{s.a} \quad & 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 + 90\lambda_2^1 + 270\lambda_3^1 + 32\lambda_2^2 \leq 240 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 + 360\lambda_2^1 + 0\lambda_3^1 + 48\lambda_2^2 \leq 320 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 + 0\lambda_2^1 + 180\lambda_3^1 + 64\lambda_2^2 \leq 200 \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^1 + \lambda_2^1 + \lambda_3^1 = 1, \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 = 1, \\
& \lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1, \lambda_3^1, \lambda_2^2 \geq 0.
\end{aligned}
$$

$$\bar{\lambda}^a = 0; \bar{\lambda}_1^1 = 0.3278; \bar{\lambda}_1^2 = 0.4688; \bar{\lambda}_2^1 = 0.6722; \bar{\lambda}_3^1 = 0; \bar{\lambda}_2^2 = 0.5313;$$

$$\bar{p}_1 = -1.875; \bar{p}_2 = -1.875; \bar{p}_3 = 0; \bar{v}_1 = 7593.75; \bar{v}_2 = 1370;$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

PMR

$$
\begin{aligned}
(\text{PMR}_2)\quad \min\quad & 10^4\lambda^a + 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 + 6750\lambda_2^1 + 7200\lambda_3^1 + 1220\lambda_2^2 \\
\text{s.a}\quad & 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 + 90\lambda_2^1 + 270\lambda_3^1 + 32\lambda_2^2 \leq 240 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 + 360\lambda_2^1 + 0\lambda_3^1 + 48\lambda_2^2 \leq 320 \\
& 1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 + 0\lambda_2^1 + 180\lambda_3^1 + 64\lambda_2^2 \leq 200 \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^1 + \lambda_2^1 + \lambda_3^1 = 1, \\
& 1\lambda^a + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 = 1, \\
& \lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1, \lambda_3^1, \lambda_2^2 \geq 0.
\end{aligned}
$$

$$\bar{\lambda}^a = 0; \bar{\lambda}_1^1 = 0.3278; \bar{\lambda}_1^2 = 0.4688; \bar{\lambda}_2^1 = 0.6722; \bar{\lambda}_3^1 = 0; \bar{\lambda}_2^2 = 0.5313;$$

$$\bar{p}_1 = -1.875; \bar{p}_2 = -1.875; \bar{p}_3 = 0; \bar{v}_1 = 7593.75; \bar{v}_2 = 1370;$$

$$LS = 7913.75; LI = 7973.48 + (-203.7) + (-112.47) = 7657.31$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$
\begin{aligned}
(\mathsf{SP}_1^2)\ \min \quad & (1.0 - 0.1(-1.875))x_{11} + (1.5 - 0.1(-1.875))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$
\begin{aligned}
(\mathsf{SP}_1^2)\ \min \quad & (1.0 - 0.1(-1.875))x_{11} + (1.5 - 0.1(-1.875))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4500 \\ 0 \\ 0 \\ 3600 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7593.75
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$
\begin{aligned}
(\mathsf{SP}_1^2)\ \min \quad & (1.0 - 0.1(-1.875))x_{11} + (1.5 - 0.1(-1.875))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4500 \\ 0 \\ 0 \\ 3600 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7593.75$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$
\begin{aligned}
(\mathsf{SP}_1^2)\ \min \quad & (1.0 - 0.1(-1.875))x_{11} + (1.5 - 0.1(-1.875))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\
&= 7593.75 - 7593.75
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4500 \\ 0 \\ 0 \\ 3600 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7593.75
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$
\begin{array}{lll}
(\mathsf{SP}_1^2)\ \min & (1.0 - 0.1(-1.875))x_{11} + (1.5 - 0.1(-1.875))x_{12} \\
& \quad +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a} & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\
&= 7593.75 - 7593.75 = 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4500 \\ 0 \\ 0 \\ 3600 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7593.75
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$
\begin{aligned}
(\text{SP}_1^2)\ \min \quad & (1.0 - 0.1(-1.875))x_{11} + (1.5 - 0.1(-1.875))x_{12} \\
& +(2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \\
\text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\
& x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\
& x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\
& I_{10} = 0 \\
& x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\
& I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1
$$

$$
= 7593.75 - 7593.75 = 0
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4500 \\ 0 \\ 0 \\ 3600 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7593.75
$$

Nenhuma coluna será gerada.

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$
\begin{aligned}
(\mathsf{SP}_2^2)\ \min \quad & (0.5 - 0.08(-1.875))x_{21} + (0.5 - 0.08(-1.875))x_{22} \\
& +(0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \\
\text{s.a} \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{20} = 0 \\
& x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{aligned}
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{SP}_2^2)\ \min \quad & (0.5-0.08(-1.875))x_{21}+(0.5-0.08(-1.875))x_{22} \\
& +(0.9-0.08(0))x_{23}+0.25I_{21}+0.25I_{22} \\
\text{s.a} \quad & x_{21}+I_{20}-I_{21}=400 \\
& x_{22}+I_{21}-I_{22}=600 \\
& x_{23}+I_{22}-I_{23}=800 \\
& I_{20}=0 \\
& x_{21},x_{22},x_{23}\geq 0 \\
& I_{21},I_{22},I_{23}\geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1370
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$
\begin{aligned}
(\mathsf{SP}_2^2)\ \min\quad & (0.5-0.08(-1.875))x_{21}+(0.5-0.08(-1.875))x_{22}\\
& +(0.9-0.08(0))x_{23}+0.25I_{21}+0.25I_{22}\\
\text{s.a}\quad & x_{21}+I_{20}-I_{21}=400\\
& x_{22}+I_{21}-I_{22}=600\\
& x_{23}+I_{22}-I_{23}=800\\
& I_{20}=0\\
& x_{21},x_{22},x_{23}\geq 0\\
& I_{21},I_{22},I_{23}\geq 0
\end{aligned}
$$

$$z_{SP}=((c_2,h_2)-\bar{p}^TA_2)\begin{bmatrix}\bar{x}_2\\ \bar{I}_2\end{bmatrix}-\bar{v}_2$$

$$\begin{bmatrix}\bar{x}_{21}\\ \bar{x}_{22}\\ \bar{x}_{23}\\ \bar{I}_{21}\\ \bar{I}_{22}\\ \bar{I}_{23}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}400\\ 1400\\ 0\\ 0\\ 800\\ 0\end{bmatrix},\quad \bar{f}_2=1370$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$
\begin{aligned}
(\text{SP}_2^2)\ \min\quad & (0.5 - 0.08(-1.875))x_{21} + (0.5 - 0.08(-1.875))x_{22} \\
& +(0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \\
\text{s.a}\quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{20} = 0 \\
& x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
z_{SP} = ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 = 1370 - 1370
$$

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1370
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$
\begin{aligned}
(\mathsf{SP}_2^2)\ \min \quad & (0.5-0.08(-1.875))x_{21}+(0.5-0.08(-1.875))x_{22} \\
& +(0.9-0.08(0))x_{23}+0.25I_{21}+0.25I_{22} \\
\text{s.a} \quad & x_{21}+I_{20}-I_{21}=400 \\
& x_{22}+I_{21}-I_{22}=600 \\
& x_{23}+I_{22}-I_{23}=800 \\
& I_{20}=0 \\
& x_{21},x_{22},x_{23}\geq 0 \\
& I_{21},I_{22},I_{23}\geq 0
\end{aligned}
$$

$$
z_{SP}=((c_2,h_2)-\bar{p}^T A_2)\begin{bmatrix}\bar{x}_2\\ \bar{I}_2\end{bmatrix}-\bar{v}_2
$$

$$
=1370-1370=0
$$

$$
\begin{bmatrix}\bar{x}_{21}\\ \bar{x}_{22}\\ \bar{x}_{23}\\ \bar{I}_{21}\\ \bar{I}_{22}\\ \bar{I}_{23}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}400\\ 1400\\ 0\\ 0\\ 800\\ 0\end{bmatrix},\quad \bar{f}_2=1370
$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$(\mathsf{SP}_2^2)\ \min \quad (0.5-0.08(-1.875))x_{21}+(0.5-0.08(-1.875))x_{22} \\ +(0.9-0.08(0))x_{23}+0.25I_{21}+0.25I_{22}$$

$$\text{s.a} \quad \begin{aligned} x_{21}+I_{20}-I_{21} &= 400 \\ x_{22}+I_{21}-I_{22} &= 600 \\ x_{23}+I_{22}-I_{23} &= 800 \\ I_{20} &= 0 \\ x_{21},x_{22},x_{23} &\geq 0 \\ I_{21},I_{22},I_{23} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$z_{SP} = ((c_2,h_2)-\bar{p}^T A_2)\begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2$$

$$= 1370 - 1370 = 0$$

Nenhuma coluna será gerada.

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1370$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$
\begin{aligned}
(\mathrm{SP}_2^2)\ \min\quad & (0.5 - 0.08(-1.875))x_{21} + (0.5 - 0.08(-1.875))x_{22} \\
& +(0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \\
\text{s.a}\quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\
& x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\
& x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\
& I_{20} = 0 \\
& x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\
& I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
z_{SP} &= ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\
&= 1370 - 1370 = 0
\end{aligned}
$$

Nenhuma coluna será gerada.

Solução ótima do PM encontrada!

$$
\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1370
$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício

Problema mestre restrito ótimo

$$\begin{aligned}
\text{(PMR)} \quad \min \quad & 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 + 6750\lambda_2^1 + 7200\lambda_3^1 + 1220\lambda_2^2 \\
\text{s.a} \quad & 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 + 90\lambda_2^1 + 270\lambda_3^1 + 32\lambda_2^2 \leq 240 \\
& 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 + 360\lambda_2^1 + 0\lambda_3^1 + 48\lambda_2^2 \leq 320 \\
& 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 + 0\lambda_2^1 + 180\lambda_3^1 + 64\lambda_2^2 \leq 200 \\
& \lambda_1^1 + \lambda_2^1 + \lambda_3^1 = 1, \\
& \lambda_1^2 + \lambda_2^2 = 1, \\
& \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1, \lambda_3^1, \lambda_2^2 \geq 0.
\end{aligned}$$

$\bar{\lambda}_1^1 = 0.3278;\ \bar{\lambda}_1^2 = 0.4688;\ \bar{\lambda}_2^1 = 0.6722;\ \bar{\lambda}_3^1 = 0;\ \bar{\lambda}_2^2 = 0.5313;$

$\bar{p}_1 = -1.875;\ \bar{p}_2 = -1.875;\ \bar{p}_3 = 0;\ \bar{v}_1 = 7593.75;\ \bar{v}_2 = 1370;$

Valor ótimo: 7913.75

Relaxação Lagrangiana

▷ Última iteração do método de planos de corte

Problema mestre relaxado ótimo

$$
\begin{aligned}
(\mathsf{PMR}^3) \quad \max \quad & 240p_1 + 320p_2 + 200p_3 + v_1 + v_2 \\
& v1 + 450p_1 \leq 6750 \\
& v2 + 32p_1 + 112p_2 \leq 1100 \\
& v1 + 90p_1 + 360p_2 \leq 6750 \\
& v1 + 270p_1 + 180p_3 \leq 7200 \\
& v2 + 32p_1 + 48p_2 + 64p_3 \leq 1220 \\
& -10000 \leq p_1 \leq 0 \\
& -10000 \leq p_2 \leq 0 \\
& -10000 \leq p_3 \leq 0 \\
& v_1 \leq 10000 \\
& v_2 \leq 10000
\end{aligned}
$$

$$\Rightarrow p^* = (-1.875, -1.875, 0); \quad v^* = (7593.75, 1370); \quad g^* = 7913.75$$

DDW e Relaxação Lagrangiana

DDW e Relaxação Lagrangiana:

- Quando usamos o método de planos de corte para resolver o problema dual Lagrangiano, o Problema Mestre resultante é o dual do Problema Mestre obtido por DDW;
- Geração de colunas é a contrapartida dual do método de planos de corte;
- DDW possui a vantagem de oferecer de forma direta a solução em termos das variáveis originais e ser mais intuitiva para problemas discretos. *(Como obter a solução em termos das variáveis originais na RLag?)*

Apresentam vantagens quando:

- Relaxação linear do PM é mais forte que a do modelo original;
- Subproblemas fáceis de resolver separadamente.

- Obrigado pela atenção!
- Dúvidas?