Universidade Federal de São Carlos
Departamento de Engenharia de Produção

Otimização Linear Contínua e Discreta (Tópicos Avançados em PCSP)

PPGEP, UFSCar - Semestre 01/2022
Prof. Dr. Pedro Munari (munari@dep.ufscar.br)

Tópico 3.2: Introdução ao método simplex

Objetivos deste tópico

- Conhecer o método simplex;
- Entender como esse método pode ser obtido a partir do KKT;
- Compreender sua importância e ver como aplicá-lo a problemas de programação linear.

Método simplex

- Vamos agora estudar o método (primal) simplex;

Método simplex

- Vamos agora estudar o método (primal) simplex;
- Método iterativo para resolver problemas de programação linear;

Método simplex

- Vamos agora estudar o método (primal) simplex;
- Método iterativo para resolver problemas de programação linear;
- O mais usado na prática: em média, menos de $3m$ iterações para obter a solução ótima (embora não tenha complexidade polinomial);

Método simplex

- Vamos agora estudar o método (primal) simplex;
- Método iterativo para resolver problemas de programação linear;
- O mais usado na prática: em média, menos de $3m$ iterações para obter a solução ótima (embora não tenha complexidade polinomial);
- Proposto em 1947 por George B. Dantzig;

Método simplex

- Vamos agora estudar o método (primal) simplex;
- Método iterativo para resolver problemas de programação linear;
- O mais usado na prática: em média, menos de $3m$ iterações para obter a solução ótima (embora não tenha complexidade polinomial);
- Proposto em 1947 por George B. Dantzig;

George Bernard Dantzig was an American mathematical scientist who made contributions to industrial engineering, operations research, computer science, economics, and statistics. Wikipedia

Born: November 8, 1914, Portland, Oregon, United States

Died: May 13, 2005, Stanford, California, United States

A importância do método simplex

▷ IEEE: The top 10 algorithms of the century

https://ieeexplore.ieee.org/document/814652

GUEST EDITORS' INTRODUCTION

In putting together this issue of *Computing in Science & Engineering*, we knew three things: it would be difficult to list just 10 algorithms; it would be fun to assemble the authors and read their papers; and, whatever we came up with in the end, it would be controversial. We tried to assemble the 10 algorithms with the greatest influence on the development and practice of science and engineering in the 20th century. Following is our list (here, the list is in chronological order; however, the articles appear in no particular order):

- Metropolis Algorithm for Monte Carlo
- Simplex Method for Linear Programming
- Krylov Subspace Iteration Methods

hand in developing the algorithm, and in other cases, the author is a leading authority.

In this issue

Monte Carlo methods are powerful tools for evaluating the properties of complex, many-body systems, as well as nondeterministic processes. Isabel Beichl and Francis Sullivan describe the Metropolis Algorithm. We are often confronted with problems that have an enormous number of dimensions or a process that involves a path with many possible branch points, each of which is governed by some fundamental probability of occurence. The solutions are not exact in a rigorous way, because we randomly sample the problem. How-

A importância do método simplex

▷ Revista *New Scientist* (2012): *The algorithm that runs the world*

"You might not have heard of the algorithm that runs the world. Few people have, though it can determine much that goes on in our day-to-day lives: the food we have to eat, our schedule at work, when the train will come to take us there. Somewhere, in some server basement right now, it is probably working on some aspect of your life tomorrow, next week, in a year's time."

https://www.newscientist.com/article/mg21528771-100-the-algorithm-that-runs-the-world/

A importância do método simplex

▷ Revista *Management and Business Review* (John R. Birge, 2021)

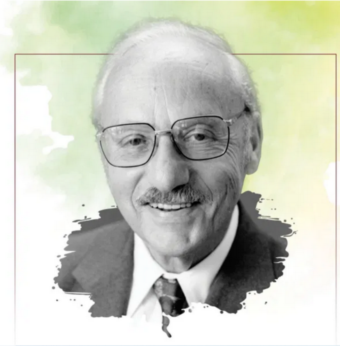
MBR MANAGEMENT AND BUSINESS REVIEW

A Grassroots Initiative to Bridge Practice, Education, and Research.

HOME ABOUT MBR SUBMIT MANUSCRIPT FREE FIRST TWO 2021 DIGITAL ISSUES MBR SUBSCRIPTION CONTACT US

Winter 2021 Issue Articles

George Bernard Dantzig: The Pioneer of Linear Optimization



https://mbrjournal.com/2021/01/26/george-bernard-dantzig-the-pioneer-of-linear-optimization/

A importância do método simplex

▷ Revista *Management and Business Review* (John R. Birge, 2021)

- *"Linear programs and Dantzig's many other contributions to optimization have driven enormous increases in productivity throughout the global economy. Industries with expensive capacity or limited production flexibility, like airlines, hotels, rental cars, and many retailers, have used revenue management models, often built on linear programming, to achieve revenue increases of 5 percent or more. The electric power industry also uses advanced optimization methods to reap cost savings that exceed 5 percent of their overall energy."*

A importância do método simplex

▷ Revista *Management and Business Review* (John R. Birge, 2021)

- "*The logistics field has also benefited enormously from optimization, reducing shipping costs by up to 50 percent in many industries including retail, chemical, tech, and consumer goods. In addition, much of modern finance and asset management is built on Markowitz's efficient portfolio model, which was rooted in Dantzig's work. Combining these accomplishments with uses in telecommunications, manufacturing, and more, and particularly in complex process industries like chemical manufacturing, linear optimization probably contributes over 5 percent to the overall output, or about $1 trillion each year, in the US alone.*"

A importância do método simplex

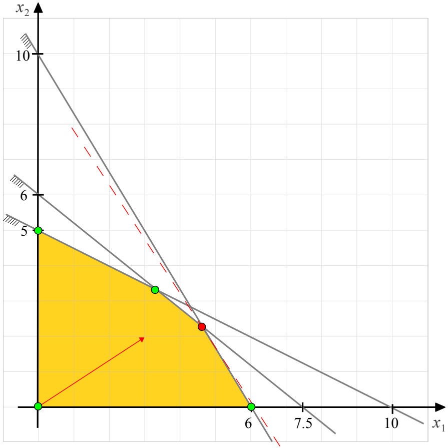
▷ Revista *Management and Business Review* (John R. Birge, 2021)

- "*Beyond traditional industrial uses, linear programming has become a vital tool in advancing artificial intelligence and machine learning. Such optimization procedures have not just reduced costs and increased outputs across the globe, they have also saved countless lives. Linear programming is used in the phylogenetic analysis that determines the origins of organisms (including viruses, such as SARS-CoV-2, better known as the novel coronavirus). It is also used in electrical stimulation therapy, chemotherapy plans, drug discovery, radiation therapy designs, and finding optimal diets, an application which has drawn interest for more than seventy-five years.*"

Ideia do método simplex

▷ Pontos extremos

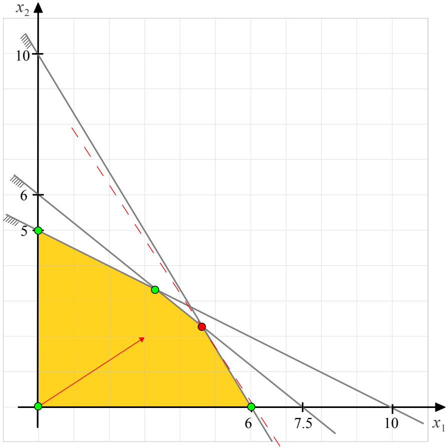
- A toda solução ótima está associado um ponto extremo;



Ideia do método simplex

▷ Pontos extremos

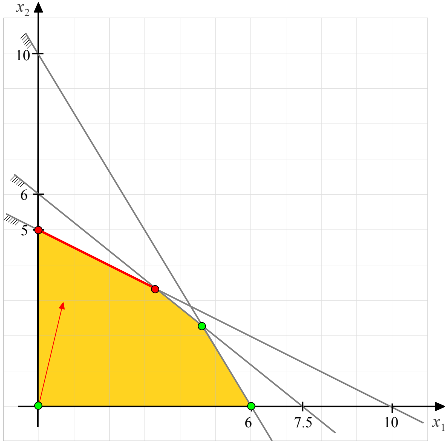
- A toda solução ótima está associado um ponto extremo;
- *Se existe solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo;*



Ideia do método simplex

▷ Pontos extremos

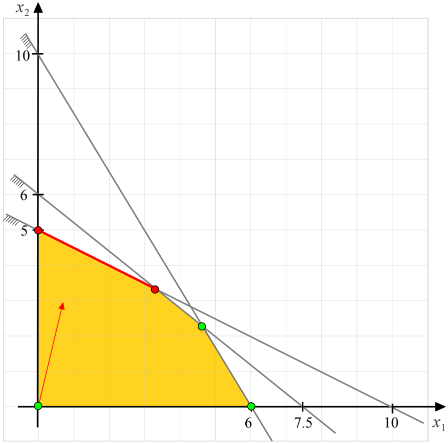
- A toda solução ótima está associado um ponto extremo;
- *Se existe solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo;*



Ideia do método simplex

▷ Pontos extremos

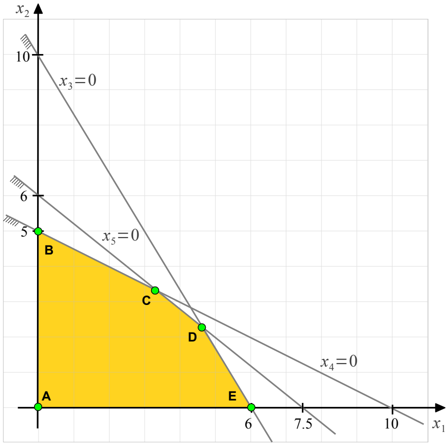
- A toda solução ótima está associado um ponto extremo;
- *Se existe solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo;*
- Isto motiva o desenvolvimento do método simplex.



Ideia do método simplex

▷ Pontos extremos

$$
\begin{array}{lrl}
-\text{min} & -f(x_1, x_2) = -3x_1 - 2x_2 & \\
\text{s.a} & 0{,}5x_1 + 0{,}3x_2 + x_3 \qquad\qquad & = 3 \\
 & 0{,}1x_1 + 0{,}2x_2 \qquad + x_4 \qquad & = 1 \\
 & 0{,}4x_1 + 0{,}5x_2 \qquad\qquad + x_5 & = 3 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 &
\end{array}
$$



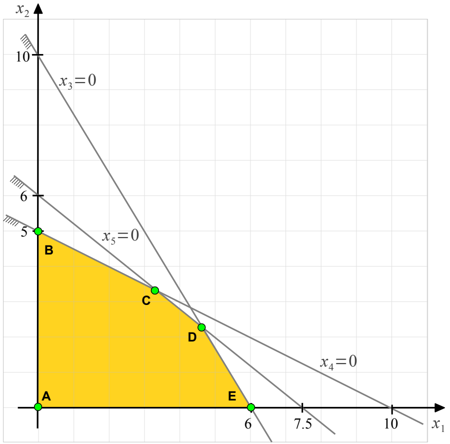
Ideia do método simplex

▷ Pontos extremos

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

Qual a característica destes pontos extremos?



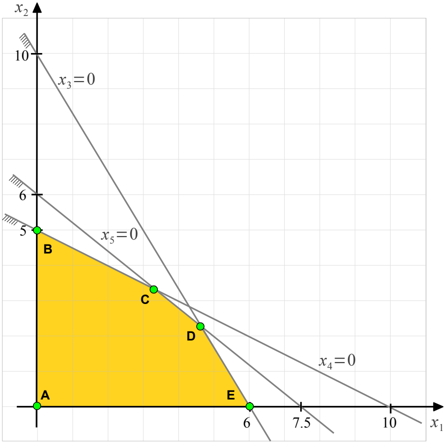
Ideia do método simplex

▷ Pontos extremos

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

Qual a característica destes pontos extremos?



Condições KKT

▷ Vamos obter o método simplex a partir do KKT...

$$\begin{aligned} Ax &= b \quad (1)\\ A^T p + s &= c \quad (2)\\ s_j x_j &= 0,\ j = 1, \ldots, n \quad (3)\\ x, s &\geq 0 \quad (4) \end{aligned}$$

Condições KKT

▷ Vamos obter o método simplex a partir do KKT...

$$\begin{aligned} Ax &= b && (1)\\ A^T p + s &= c && (2)\\ s_j x_j &= 0,\ j = 1, \ldots, n && (3)\\ x, s &\geq 0 && (4) \end{aligned}$$

- Métodos tipo simplex: particionam as variáveis em dois conjuntos, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ (i.e. $\mathcal{B} \cap \mathcal{N} = \varnothing$ e $\mathcal{B} \cup \mathcal{N} = \{1, 2, \ldots, n\}$). Para garantir (3), impõem $x_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{N}$, e $s_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{B}$. (1) e (2) são sempre satisfeitos. Além disso, a partição deve garantir:
  - Método primal simplex: $x \geq 0$ (factibilidade primal, busca-se $s \geq 0$);
  - Método dual simplex: $s \geq 0$ (factibilidade dual, busca-se $x \geq 0$).

Método simplex

- Métodos tipo simplex se baseiam em partições $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$;
- Garantimos $Ax = b$ e $A^T p + s = c$;
- $x_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{N}$, enquanto $s_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{B}$;
- Precisamos nos preocupar com $x, s \geq 0$;

Método simplex

- Métodos tipo simplex se baseiam em partições $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$;
- Garantimos $Ax = b$ e $A^T p + s = c$;
- $x_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{N}$, enquanto $s_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{B}$;
- Precisamos nos preocupar com $x, s \geq 0$;
- Surgem então as questões:

Método simplex

- Métodos tipo simplex se baseiam em partições $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$;
- Garantimos $Ax = b$ e $A^T p + s = c$;
- $x_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{N}$, enquanto $s_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{B}$;
- Precisamos nos preocupar com $x, s \geq 0$;
- Surgem então as questões:
  - Qual a partição ótima?

Método simplex

- Métodos tipo simplex se baseiam em partições $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$;
- Garantimos $Ax = b$ e $A^T p + s = c$;
- $x_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{N}$, enquanto $s_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{B}$;
- Precisamos nos preocupar com $x, s \geq 0$;
- Surgem então as questões:
  - Qual a partição ótima?
  - É viável testarmos todas as partições possíveis?

Método simplex

- Métodos tipo simplex se baseiam em partições $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$;
- Garantimos $Ax = b$ e $A^T p + s = c$;
- $x_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{N}$, enquanto $s_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{B}$;
- Precisamos nos preocupar com $x, s \geq 0$;
- Surgem então as questões:
  - Qual a partição ótima?
  - É viável testarmos todas as partições possíveis?
  - Se tivermos uma partição qualquer, como detectar se ela é ótima?

Método simplex

- Métodos tipo simplex se baseiam em partições $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$;
- Garantimos $Ax = b$ e $A^T p + s = c$;
- $x_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{N}$, enquanto $s_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{B}$;
- Precisamos nos preocupar com $x, s \geq 0$;
- Surgem então as questões:
  - Qual a partição ótima?
  - É viável testarmos todas as partições possíveis?
  - Se tivermos uma partição qualquer, como detectar se ela é ótima?
  - Se não for ótima, é sempre possível determinar uma melhor?

Método simplex

- Métodos tipo simplex se baseiam em partições $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$;
- Garantimos $Ax = b$ e $A^T p + s = c$;
- $x_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{N}$, enquanto $s_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{B}$;
- Precisamos nos preocupar com $x, s \geq 0$;
- Surgem então as questões:
  - Qual a partição ótima?
  - É viável testarmos todas as partições possíveis?
  - Se tivermos uma partição qualquer, como detectar se ela é ótima?
  - Se não for ótima, é sempre possível determinar uma melhor?
- Para enumerar todas as partições: combinar os n índices, m a m;

Método simplex

- Métodos tipo simplex se baseiam em partições $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$;
- Garantimos $Ax = b$ e $A^T p + s = c$;
- $x_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{N}$, enquanto $s_j = 0$, $\forall j \in \mathcal{B}$;
- Precisamos nos preocupar com $x, s \geq 0$;
- Surgem então as questões:
  - Qual a partição ótima?
  - É viável testarmos todas as partições possíveis?
  - Se tivermos uma partição qualquer, como detectar se ela é ótima?
  - Se não for ótima, é sempre possível determinar uma melhor?
- Para enumerar todas as partições: combinar os n índices, m a m;
  - Isso exigiria avaliar até $\dfrac{n!}{m!(n-m)!}$ partições!

Método simplex

▷ Exemplo

Problema das ligas metálicas na forma padrão:

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & -3x_1 - 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 \\
\text{s.a} \quad & 0{,}5x_1 + 0{,}3x_2 + x_3 = 3 \\
& 0{,}1x_1 + 0{,}2x_2 + x_4 = 1 \\
& 0{,}4x_1 + 0{,}5x_2 + x_5 = 3 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{aligned}
$$

Método simplex

▷ Notação matricial

$$
\begin{aligned}
\text{minimizar} \quad & f(x) = c^T x \\
\text{sujeito a} \quad & Ax = b \\
& x \geq 0
\end{aligned}
$$

sendo:

$$
x \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}
$$

Método simplex

▷ Restrições primais

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}, \;\; \mathcal{N} = \{1, 4\}$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0{,}3 & 0 \\ 0 & 0{,}2 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}1 \\ 0{,}4 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_4 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$Bx_{\mathcal{B}} + a_1 x_1 + a_4 x_4 = b$$

$$B := A_{\mathcal{B}}$$

Método simplex

▷ Restrições primais

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}, \quad \mathcal{N} = \{1, 4\}$:

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - B^{-1}a_1x_1 - B^{-1}a_4x_4$$

Método simplex

▷ Restrições primais

No caso geral, para uma dada partição básica $[\mathcal{B}, \mathcal{N}]$ dos índices, podemos reescrever as restrições primais da seguinte forma:

$$Ax = b$$

Método simplex

▷ Restrições primais

No caso geral, para uma dada partição básica $[\mathcal{B}, \mathcal{N}]$ dos índices, podemos reescrever as restrições primais da seguinte forma:

$$\begin{aligned} Ax &= b \\ A(x_{\mathcal{B}}, x_{\mathcal{N}}) &= b \end{aligned}$$

Método simplex

▷ Restrições primais

No caso geral, para uma dada partição básica $[\mathcal{B}, \mathcal{N}]$ dos índices, podemos reescrever as restrições primais da seguinte forma:

$$\begin{aligned} Ax &= b \\ A(x_{\mathcal{B}}, x_{\mathcal{N}}) &= b \\ A_{\mathcal{B}} x_{\mathcal{B}} + A_{\mathcal{N}} x_{\mathcal{N}} &= b \end{aligned}$$

Método simplex

▷ Restrições primais

No caso geral, para uma dada partição básica $[\mathcal{B}, \mathcal{N}]$ dos índices, podemos reescrever as restrições primais da seguinte forma:

$$\begin{aligned} Ax &= b \\ A(x_{\mathcal{B}}, x_{\mathcal{N}}) &= b \\ A_{\mathcal{B}} x_{\mathcal{B}} + A_{\mathcal{N}} x_{\mathcal{N}} &= b \\ B x_{\mathcal{B}} + N x_{\mathcal{N}} &= b \end{aligned}$$

Método simplex

▷ Restrições primais

No caso geral, para uma dada partição básica $[\mathcal{B}, \mathcal{N}]$ dos índices, podemos reescrever as restrições primais da seguinte forma:

$$\begin{aligned} Ax &= b \\ A(x_{\mathcal{B}}, x_{\mathcal{N}}) &= b \\ A_{\mathcal{B}} x_{\mathcal{B}} + A_{\mathcal{N}} x_{\mathcal{N}} &= b \\ B x_{\mathcal{B}} + N x_{\mathcal{N}} &= b \\ B x_{\mathcal{B}} + \sum_{j \in \mathcal{N}} a_j x_j &= b \end{aligned}$$

Método simplex

▷ Restrições primais

No caso geral, para uma dada partição básica $[\mathcal{B}, \mathcal{N}]$ dos índices, podemos reescrever as restrições primais da seguinte forma:

$$
\begin{aligned}
Ax &= b \\
A(x_{\mathcal{B}}, x_{\mathcal{N}}) &= b \\
A_{\mathcal{B}}x_{\mathcal{B}} + A_{\mathcal{N}}x_{\mathcal{N}} &= b \\
Bx_{\mathcal{B}} + Nx_{\mathcal{N}} &= b \\
Bx_{\mathcal{B}} + \sum_{j \in \mathcal{N}} a_j x_j &= b \\
Bx_{\mathcal{B}} &= b - \sum_{j \in \mathcal{N}} a_j x_j
\end{aligned}
$$

Método simplex

▷ Solução geral e solução básica

No caso geral:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1}a_j x_j$$

Método simplex

▷ Solução geral e solução básica

No caso geral:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1}a_j x_j \quad \text{(solução geral)}$$

Método simplex

▷ Solução geral e solução básica

No caso geral:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1}a_j x_j \quad \text{(solução geral)}$$

Solução particular com $x_{\mathcal{N}} = 0$:

Método simplex

▷ Solução geral e solução básica

No caso geral:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1}a_j x_j \quad \text{(solução geral)}$$

Solução particular com $x_{\mathcal{N}} = 0$:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \cancel{\sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1}a_j x_j}$$

Método simplex

▷ Solução geral e solução básica

No caso geral:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j \quad \text{(solução geral)}$$

Solução particular com $x_{\mathcal{N}} = 0$:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \cancel{\sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j}$$

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b, \quad \bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$$

Método simplex

▷ Solução geral e solução básica

No caso geral:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j \quad \text{(solução geral)}$$

Solução particular com $x_{\mathcal{N}} = 0$:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \cancel{\sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j}$$

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b, \quad \bar{x}_{\mathcal{N}} = 0 \quad \text{(solução básica)}$$

Método simplex

▷ Solução geral e solução básica

No caso geral:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j \quad \text{(solução geral)}$$

Solução particular com $x_{\mathcal{N}} = 0$:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \cancel{\sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j}$$

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b, \quad \bar{x}_{\mathcal{N}} = 0 \quad \text{(solução básica)}$$

(observe que usamos um traço sobre x para indicar que é uma solução particular)

Método simplex

▷ Restrições duais

$$A^T p + s = c$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$A^T p + s = c$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$A^T p + s = c$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$A^T p + s = c$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$A^T p + s = c$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$B^T p + s_{\mathcal{B}} = c_{\mathcal{B}}$$
$$N^T p + s_{\mathcal{N}} = c_{\mathcal{N}}$$
$$(B := A_{\mathcal{B}},\ N := A_{\mathcal{N}})$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$B^T p + s_{\mathcal{B}} = c_{\mathcal{B}}$$
$$N^T p + s_{\mathcal{N}} = c_{\mathcal{N}}$$
$$(B := A_{\mathcal{B}},\ N := A_{\mathcal{N}})$$

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{1, 2, 3\}, \quad \mathcal{N} = \{4, 5\}$:

Método simplex

▷ Restrições duais

$$B^T p + s_{\mathcal{B}} = c_{\mathcal{B}}$$
$$N^T p + s_{\mathcal{N}} = c_{\mathcal{N}}$$
$$(B := A_{\mathcal{B}},\ N := A_{\mathcal{N}})$$

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{1, 2, 3\}, \quad \mathcal{N} = \{4, 5\}$:

$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}5 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$B^T p + s_{\mathcal{B}} = c_{\mathcal{B}}$$
$$N^T p + s_{\mathcal{N}} = c_{\mathcal{N}}$$
$$(B := A_{\mathcal{B}},\ N := A_{\mathcal{N}})$$

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{1, 2, 3\}$, $\mathcal{N} = \{4, 5\}$:

$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}5 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$B^T p + s_{\mathcal{B}} = c_{\mathcal{B}}$$
$$N^T p + s_{\mathcal{N}} = c_{\mathcal{N}}$$
$$(B := A_{\mathcal{B}},\ N := A_{\mathcal{N}})$$

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{1, 2, 3\}, \quad \mathcal{N} = \{4, 5\}$:

$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}5 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_4 \\ s_5 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$B^T p + s_{\mathcal{B}} = c_{\mathcal{B}}$$
$$N^T p + s_{\mathcal{N}} = c_{\mathcal{N}}$$
$$(B := A_{\mathcal{B}},\ N := A_{\mathcal{N}})$$

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{1, 2, 3\},\ \ \mathcal{N} = \{4, 5\}$:

$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}5 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_4 \\ s_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$B^T p + s_{\mathcal{B}} = c_{\mathcal{B}}$$
$$N^T p + s_{\mathcal{N}} = c_{\mathcal{N}}$$
$$(B := A_{\mathcal{B}},\ N := A_{\mathcal{N}})$$

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$, $\mathcal{N} = \{1, 4\}$:

Método simplex

▷ Restrições duais

$$B^T p + s_{\mathcal{B}} = c_{\mathcal{B}}$$
$$N^T p + s_{\mathcal{N}} = c_{\mathcal{N}}$$
$$(B := A_{\mathcal{B}},\ N := A_{\mathcal{N}})$$

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}, \quad \mathcal{N} = \{1, 4\}$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$B^T p + s_{\mathcal{B}} = c_{\mathcal{B}}$$
$$N^T p + s_{\mathcal{N}} = c_{\mathcal{N}}$$
$$(B := A_{\mathcal{B}},\ N := A_{\mathcal{N}})$$

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}, \quad \mathcal{N} = \{1, 4\}$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$B^T p + s_{\mathcal{B}} = c_{\mathcal{B}}$$
$$N^T p + s_{\mathcal{N}} = c_{\mathcal{N}}$$
$$(B := A_{\mathcal{B}},\ N := A_{\mathcal{N}})$$

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$, $\mathcal{N} = \{1, 4\}$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_3 \\ s_2 \\ s_5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1 \\ s_4 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$B^T p + s_{\mathcal{B}} = c_{\mathcal{B}}$$
$$N^T p + s_{\mathcal{N}} = c_{\mathcal{N}}$$
$$(B := A_{\mathcal{B}},\ N := A_{\mathcal{N}})$$

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}, \quad \mathcal{N} = \{1, 4\}$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_3 \\ s_2 \\ s_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1 \\ s_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$B^T p = c_{\mathcal{B}} - s_{\mathcal{B}}$$
$$N^T p + s_{\mathcal{N}} = c_{\mathcal{N}}$$
$$(B := A_{\mathcal{B}},\ N := A_{\mathcal{N}})$$

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}, \quad \mathcal{N} = \{1, 4\}$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} s_3 \\ s_2 \\ s_5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1 \\ s_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$p^T B = c_{\mathcal{B}}^T - s_{\mathcal{B}}^T$$
$$N^T p + s_{\mathcal{N}} = c_{\mathcal{N}}$$
$$(B := A_{\mathcal{B}},\ N := A_{\mathcal{N}})$$

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\},\ \ \mathcal{N} = \{1, 4\}$:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 0{,}3 & 0 \\ 0 & 0{,}2 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} s_3 \\ s_2 \\ s_5 \end{bmatrix}^T$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1 \\ s_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} - s_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$$
$$N^T p + s_{\mathcal{N}} = c_{\mathcal{N}}$$
$$(B := A_{\mathcal{B}},\ N := A_{\mathcal{N}})$$

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$, $\mathcal{N} = \{1, 4\}$:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & -1{,}5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2{,}5 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} s_3 \\ s_2 \\ s_5 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & -1{,}5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2{,}5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1 \\ s_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} - s_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$$

$$N^T p + s_{\mathcal{N}} = c_{\mathcal{N}}$$

$$(B := A_{\mathcal{B}},\ N := A_{\mathcal{N}})$$

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}, \quad \mathcal{N} = \{1, 4\}$:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ -10 \\ 0 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} s_3 \\ s_2 \\ s_5 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & -1{,}5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2{,}5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1 \\ s_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} - s_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$$
$$p^T a_j + s_j = c_j, \ \forall j \in \mathcal{N}$$
$$(B := A_{\mathcal{B}}, \ N := A_{\mathcal{N}})$$

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}, \quad \mathcal{N} = \{1, 4\}$:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ -10 \\ 0 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} s_3 \\ s_2 \\ s_5 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & -1{,}5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2{,}5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}1 \\ 0{,}4 \end{bmatrix} + s_1 = -3; \qquad \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + s_4 = 0$$

Método simplex

▷ Restrições duais

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} - s_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$$
$$s_j = c_j - p^T a_j, \ \forall j \in \mathcal{N}$$
$$(B := A_{\mathcal{B}}, \ N := A_{\mathcal{N}})$$

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}, \ \ \mathcal{N} = \{1, 4\}$:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ -10 \\ 0 \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} s_3 \\ s_2 \\ s_5 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & -1{,}5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2{,}5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = -3 - \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}1 \\ 0{,}4 \end{bmatrix}; \qquad s_4 = 0 - \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Solução geral e solução básica

Assim, no caso geral, as restrições duais resultam em:

Método simplex

▷ Solução geral e solução básica

Assim, no caso geral, as restrições duais resultam em:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} - s_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$$

Método simplex

▷ Solução geral e solução básica

Assim, no caso geral, as restrições duais resultam em:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} - s_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$$

$$s_j = c_j - p^T a_j, \ \forall j \in \mathcal{N}$$

Método simplex

▷ Solução geral e solução básica

Assim, no caso geral, as restrições duais resultam em:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} - s_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$$

$$s_j = c_j - p^T a_j, \; \forall j \in \mathcal{N}$$

(Solução geral dual)

Método simplex

▷ Solução geral e solução básica

Assim, no caso geral, as restrições duais resultam em:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} - s_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$$

$$s_j = c_j - p^T a_j, \ \forall j \in \mathcal{N}$$

(Solução geral dual)

Fixando $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, obtemos a solução particular:

Método simplex

▷ Solução geral e solução básica

Assim, no caso geral, as restrições duais resultam em:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} - s_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$$

$$s_j = c_j - p^T a_j, \ \forall j \in \mathcal{N}$$

(Solução geral dual)

Fixando $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, obtemos a solução particular:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}, \ \bar{s}_{\mathcal{B}} = 0,$$

Método simplex

▷ Solução geral e solução básica

Assim, no caso geral, as restrições duais resultam em:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} - s_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$$

$$s_j = c_j - p^T a_j,\ \forall j \in \mathcal{N}$$

(Solução geral dual)

Fixando $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, obtemos a solução particular:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1},\ \bar{s}_{\mathcal{B}} = 0,$$

$$\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j,\ \forall j \in \mathcal{N}.$$

Método simplex

▷ Solução geral e solução básica

Assim, no caso geral, as restrições duais resultam em:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} - s_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$$

$$s_j = c_j - p^T a_j, \ \forall j \in \mathcal{N}$$

(Solução geral dual)

Fixando $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, obtemos a solução particular:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}, \ \bar{s}_{\mathcal{B}} = 0,$$

$$\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \ \forall j \in \mathcal{N}.$$

(Solução básica dual)

Método simplex

▷ Soluções básicas

- Métodos tipo simplex partem de uma partição inicial e, iterativamente, vão modificando essa partição até obter a ótima;

Método simplex

▷ Soluções básicas

- Métodos tipo simplex partem de uma partição inicial e, iterativamente, vão modificando essa partição até obter a ótima;
- Os métodos consideram partições *básicas* apenas;

Método simplex

▷ Soluções básicas

- Métodos tipo simplex partem de uma partição inicial e, iterativamente, vão modificando essa partição até obter a ótima;
- Os métodos consideram partições *básicas* apenas;
- $\mathcal{B}$: *índices básicos* ou *base*;

Método simplex

▷ Soluções básicas

- Métodos tipo simplex partem de uma partição inicial e, iterativamente, vão modificando essa partição até obter a ótima;
- Os métodos consideram partições *básicas* apenas;
- $\mathcal{B}$: *índices básicos* ou *base*;
- $B = A_{\mathcal{B}}$: matriz básica (deve ser invertível);

Método simplex

▷ Soluções básicas

- Métodos tipo simplex partem de uma partição inicial e, iterativamente, vão modificando essa partição até obter a ótima;
- Os métodos consideram partições *básicas* apenas;
- $\mathcal{B}$: *índices básicos* ou *base*;
- $B = A_{\mathcal{B}}$: matriz básica (deve ser invertível);
- $\mathcal{N}$: *índices não-básicos*.

Método simplex

▷ Exemplo

Determine a solução ótima do problema de programação linear:

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & -3x_1 - 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 \\
\text{s.a} \quad & 0{,}5x_1 + 0{,}3x_2 + x_3 = 3 \\
& 0{,}1x_1 + 0{,}2x_2 + x_4 = 1 \\
& 0{,}4x_1 + 0{,}5x_2 + x_5 = 3 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{aligned}
$$

Método simplex

▷ Exemplo

$\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exemplo

$\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$B =$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exemplo

$\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exemplo

$$\mathcal{B} = \{3, 4, 5\} \text{ e } \mathcal{N} = \{1, 2\};$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

Método simplex

▷ Exemplo

$$\mathcal{B} = \{3,4,5\} \text{ e } \mathcal{N} = \{1,2\};$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}}$$

Método simplex

▷ Exemplo

$$\mathcal{B} = \{3, 4, 5\} \text{ e } \mathcal{N} = \{1, 2\};$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1} b$$

Método simplex

▷ Exemplo

$\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1} b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exemplo

$$\mathcal{B} = \{3, 4, 5\} \text{ e } \mathcal{N} = \{1, 2\};$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1} b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

Método simplex

▷ Exemplo

$$\mathcal{B} = \{3,4,5\} \text{ e } \mathcal{N} = \{1,2\};$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T =$$

Método simplex

▷ Exemplo

$$\mathcal{B} = \{3, 4, 5\} \text{ e } \mathcal{N} = \{1, 2\};$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} =$$

Método simplex

▷ Exemplo

$$\mathcal{B} = \{3, 4, 5\} \text{ e } \mathcal{N} = \{1, 2\};$$
$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exemplo

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{B} = \{3, 4, 5\} \text{ e } \mathcal{N} = \{1, 2\};$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 &= c_1 - \bar{p}^T a_1 = \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = \end{aligned}$$

Método simplex

▷ Exemplo

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{B} = \{3, 4, 5\} \text{ e } \mathcal{N} = \{1, 2\};$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 &= c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2 \end{aligned}$$

Método simplex

▷ Exemplo

$$\mathcal{B} = \{3, 4, 5\} \text{ e } \mathcal{N} = \{1, 2\};$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_1 = c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3$$
$$\bar{s}_2 = c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2$$

- Essa solução é ótima?

Método simplex

▷ Condições KKT

$$
\begin{aligned}
Ax &= b && (5)\\
A^T p + s &= c && (6)\\
s_j x_j &= 0,\ j = 1, \ldots, n && (7)\\
x, s &\geq 0 && (8)
\end{aligned}
$$

- Toda solução básica satisfaz (5), (6) e (7);
- Para ser ótima, falta satisfazer

Método simplex

▷ Condições KKT

$$
\begin{aligned}
Ax &= b && (5)\\
A^T p + s &= c && (6)\\
s_j x_j &= 0,\ j = 1, \ldots, n && (7)\\
x, s &\geq 0 && (8)
\end{aligned}
$$

- Toda solução básica satisfaz (5), (6) e (7);
- Para ser ótima, falta satisfazer (8);

Método simplex

▷ Condições KKT

$$
\begin{aligned}
Ax &= b && (5)\\
A^T p + s &= c && (6)\\
s_j x_j &= 0,\ j = 1, \ldots, n && (7)\\
x, s &\geq 0 && (8)
\end{aligned}
$$

- Toda solução básica satisfaz (5), (6) e (7);
- Para ser ótima, falta satisfazer (8);
- No método primal simplex, toda solução básica deve ser primal factível e, portanto, deve satisfazer

Método simplex

▷ Condições KKT

$$\begin{aligned} Ax &= b && (5) \\ A^T p + s &= c && (6) \\ s_j x_j &= 0,\ j = 1, \dots, n && (7) \\ x, s &\geq 0 && (8) \end{aligned}$$

- Toda solução básica satisfaz (5), (6) e (7);
- Para ser ótima, falta satisfazer (8);
- No método primal simplex, toda solução básica deve ser primal factível e, portanto, deve satisfazer $x \geq 0$;

Método simplex

▷ Condições KKT

$$Ax = b \quad (5)$$

$$A^T p + s = c \quad (6)$$

$$s_j x_j = 0, \; j = 1, \ldots, n \quad (7)$$

$$x, s \geq 0 \quad (8)$$

- Toda solução básica satisfaz (5), (6) e (7);
- Para ser ótima, falta satisfazer (8);
- No método primal simplex, toda solução básica deve ser primal factível e, portanto, deve satisfazer $x \geq 0$;
- Devemos buscar pela partição básica que também satisfaça

Método simplex

▷ Condições KKT

$$Ax = b \tag{5}$$

$$A^T p + s = c \tag{6}$$

$$s_j x_j = 0, \; j = 1, \ldots, n \tag{7}$$

$$x, s \geq 0 \tag{8}$$

- Toda solução básica satisfaz (5), (6) e (7);
- Para ser ótima, falta satisfazer (8);
- No método primal simplex, toda solução básica deve ser primal factível e, portanto, deve satisfazer $x \geq 0$;
- Devemos buscar pela partição básica que também satisfaça $s \geq 0$.

Método simplex

▷ Exemplo

$$\mathcal{B} = \{3, 4, 5\} \text{ e } \mathcal{N} = \{1, 2\};$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_1 = c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3$$
$$\bar{s}_2 = c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2$$

- Essa solução é ótima?

Método simplex

▷ Exemplo

$$\mathcal{B} = \{3,4,5\} \text{ e } \mathcal{N} = \{1,2\};$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_1 = c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3$$

$$\bar{s}_2 = c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2$$

- Essa solução é ótima?
- Como obter uma solução melhor?

Método simplex

▷ Solução geral e solução básica

No caso geral:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j \quad \text{(solução geral)}$$

Solução particular com $x_{\mathcal{N}} = 0$:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \cancel{\sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j}$$

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b, \quad \bar{x}_{\mathcal{N}} = 0 \quad \text{(solução básica)}$$

Método simplex

▷ Função objetivo primal

Observe que ao escrevermos a função objetivo primal em função de $x_{\mathcal{N}}$ apenas, obtemos:

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}}$$

Método simplex

▷ Função objetivo primal

Observe que ao escrevermos a função objetivo primal em função de $x_{\mathcal{N}}$ apenas, obtemos:

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}}$$

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T \left(B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j \right) + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}}$$

Método simplex

▷ Função objetivo primal

Observe que ao escrevermos a função objetivo primal em função de $x_{\mathcal{N}}$ apenas, obtemos:

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}}$$

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T \left(B^{-1} b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j \right) + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}}$$

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b - \sum_{j \in \mathcal{N}} c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j x_j + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}}$$

Método simplex

▷ Função objetivo primal

Observe que ao escrevermos a função objetivo primal em função de $x_{\mathcal{N}}$ apenas, obtemos:

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}}$$

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T \left(B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j \right) + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}}$$

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j x_j + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}}$$

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}b + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j \right) x_j$$

Método simplex

▷ Função objetivo primal

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j \right) x_j$$

Método simplex

▷ Função objetivo primal

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j \right) x_j$$

Em uma solução básica, temos que $\bar{x}_{\mathcal{B}} =$

Método simplex

▷ Função objetivo primal

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j \right) x_j$$

Em uma solução básica, temos que $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1} b$

Método simplex

▷ Função objetivo primal

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j \right) x_j$$

Em uma solução básica, temos que $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1} b$ e $\bar{p}^T =$

Método simplex

▷ Função objetivo primal

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j \right) x_j$$

Em uma solução básica, temos que $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1} b$ e $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$.

Método simplex

▷ Função objetivo primal

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j \right) x_j$$

Em uma solução básica, temos que $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1} b$ e $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$. Assim:

$$f(x) \quad =$$

Método simplex

▷ Função objetivo primal

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j \right) x_j$$

Em uma solução básica, temos que $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1} b$ e $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$. Assim:

$$f(x) \quad = \quad c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - \bar{p}^T a_j \right) x_j$$

Método simplex

▷ Função objetivo primal

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j \right) x_j$$

Em uma solução básica, temos que $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1} b$ e $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$. Assim:

$$\begin{aligned} f(x) &= c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - \bar{p}^T a_j \right) x_j \\ &= c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} + \sum_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j x_j \end{aligned}$$

Método simplex

▷ Função objetivo primal

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j \right) x_j$$

Em uma solução básica, temos que $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1} b$ e $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$. Assim:

$$\begin{aligned} f(x) &= c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - \bar{p}^T a_j \right) x_j \\ &= c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} + \sum_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j x_j \end{aligned}$$

Por isso, a folga dual $\bar{s}_j$ $(= c_j - \bar{p}^T a_j)$ é conhecida como custo relativo (ou reduzido) de x_j.

Método simplex

▷ Função objetivo primal

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j \right) x_j$$

Em uma solução básica, temos que $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1} b$ e $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$. Assim:

$$\begin{aligned} f(x) &= c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - \bar{p}^T a_j \right) x_j \\ &= c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} + \sum_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j x_j \end{aligned}$$

Por isso, a folga dual $\bar{s}_j$ $\left(= c_j - \bar{p}^T a_j\right)$ é conhecida como custo relativo (ou reduzido) de x_j.

Nesse contexto, $\bar{p}$ é conhecido como vetor multiplicador simplex.

Método simplex

Temos até o momento:

Método simplex

Temos até o momento:

- Solução básica primal:

Método simplex

Temos até o momento:

- Solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Método simplex

Temos até o momento:

- Solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual:

Método simplex

Temos até o momento:

- Solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;

Método simplex

Temos até o momento:

- Solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- Toda solução básica deve ser primal factível ($\bar{x}_{\mathcal{B}} \geq 0$).

Método simplex

Temos até o momento:

- Solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- Toda solução básica deve ser primal factível ($\bar{x}_{\mathcal{B}} \geq 0$).
- As folgas duais $\bar{s}_j$ são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$;

Método simplex

Temos até o momento:

- Solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- Toda solução básica deve ser primal factível ($\bar{x}_{\mathcal{B}} \geq 0$).
- As folgas duais $\bar{s}_j$ são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$;
- Como saber se a partição básica atual é ótima?

Método simplex

Temos até o momento:

- Solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- Toda solução básica deve ser primal factível ($\bar{x}_{\mathcal{B}} \geq 0$).
- As folgas duais $\bar{s}_j$ são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$;
- Como saber se a partição básica atual é ótima?
  R: $s_j \geq 0$, $j \in \mathcal{N}$.

Método simplex

Temos até o momento:

- Solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- Toda solução básica deve ser primal factível ($\bar{x}_{\mathcal{B}} \geq 0$).
- As folgas duais $\bar{s}_j$ são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$;
- Como saber se a partição básica atual é ótima?
  R: $s_j \geq 0$, $j \in \mathcal{N}$.

Ainda precisamos determinar:

Método simplex

Temos até o momento:

- Solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- Toda solução básica deve ser primal factível ($\bar{x}_{\mathcal{B}} \geq 0$).
- As folgas duais $\bar{s}_j$ são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$;
- Como saber se a partição básica atual é ótima?
  R: $s_j \geq 0$, $j \in \mathcal{N}$.

Ainda precisamos determinar:

- Se uma solução não for ótima, como obter uma melhor?

Método simplex

Temos até o momento:

- Solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- Toda solução básica deve ser primal factível ($\bar{x}_{\mathcal{B}} \geq 0$).
- As folgas duais $\bar{s}_j$ são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$;
- Como saber se a partição básica atual é ótima?
  R: $s_j \geq 0$, $j \in \mathcal{N}$.

Ainda precisamos determinar:

- Se uma solução não for ótima, como obter uma melhor?
  R: Perturbamos uma das variáveis primais não-básicas, isto é, ele vai deixar de ser zero!

Método simplex

Temos até o momento:

- Solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- Toda solução básica deve ser primal factível ($\bar{x}_{\mathcal{B}} \geq 0$).
- As folgas duais $\bar{s}_j$ são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$;
- Como saber se a partição básica atual é ótima?
  R: $s_j \geq 0$, $j \in \mathcal{N}$.

Ainda precisamos determinar:

- Se uma solução não for ótima, como obter uma melhor?
  R: Perturbamos uma das variáveis primais não-básicas, isto é, ele vai deixar de ser zero! Qual perturbar?

Método simplex

Temos até o momento:

- Solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- Toda solução básica deve ser primal factível ($\bar{x}_{\mathcal{B}} \geq 0$).
- As folgas duais $\bar{s}_j$ são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$;
- Como saber se a partição básica atual é ótima?
  R: $s_j \geq 0$, $j \in \mathcal{N}$.

Ainda precisamos determinar:

- Se uma solução não for ótima, como obter uma melhor?
  R: Perturbamos uma das variáveis primais não-básicas, isto é, ele vai deixar de ser zero! Qual perturbar? Aquela com o melhor custo relativo!

Método simplex

Temos até o momento:

- Solução básica primal: $\bar{x}_\mathcal{B} = B^{-1}b$, $\bar{x}_\mathcal{N} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_\mathcal{B}^T B^{-1}$, $\bar{s}_\mathcal{B} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- Toda solução básica deve ser primal factível ($\bar{x}_\mathcal{B} \geq 0$).
- As folgas duais $\bar{s}_j$ são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$;
- Como saber se a partição básica atual é ótima?
  R: $s_j \geq 0$, $j \in \mathcal{N}$.

Ainda precisamos determinar:

- Se uma solução não for ótima, como obter uma melhor?
  R: Perturbamos uma das variáveis primais não-básicas, isto é, ele vai deixar de ser zero! Qual perturbar? Aquela com o melhor custo relativo! Qual seu novo valor?

Método simplex

Temos até o momento:

- Solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- Toda solução básica deve ser primal factível ($\bar{x}_{\mathcal{B}} \geq 0$).
- As folgas duais $\bar{s}_j$ são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$;
- Como saber se a partição básica atual é ótima?
  R: $s_j \geq 0$, $j \in \mathcal{N}$.

Ainda precisamos determinar:

- Se uma solução não for ótima, como obter uma melhor?
  R: Perturbamos uma das variáveis primais não-básicas, isto é, ele vai deixar de ser zero! Qual perturbar? Aquela com o melhor custo relativo! Qual seu novo valor? Teste da razão!

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_1 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação? (de modo que $x_\mathcal{B} \geq 0$)

$$x_\mathcal{B} = \bar{x}_\mathcal{B} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_2)x_2$$

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_1 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação? (de modo que $x_\mathcal{B} \geq 0$)

$$x_\mathcal{B} = \bar{x}_\mathcal{B} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_2)x_2$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Vimos no início da aula...

▷ Restrições primais

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}, \;\; \mathcal{N} = \{1, 4\}$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0{,}3 & 0 \\ 0 & 0{,}2 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}1 \\ 0{,}4 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_4 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$Bx_{\mathcal{B}} + a_1 x_1 + a_4 x_4 = b$$

$$B := A_{\mathcal{B}}$$

Vimos no início da aula...

▷ Restrições primais

Para uma dada partição $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}, \;\; \mathcal{N} = \{1, 4\}$:

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - B^{-1}a_1x_1 - B^{-1}a_4x_4$$

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_1 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação? (de modo que $x_{\mathcal{B}} \geq 0$)

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_2)x_2$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Se $x_4 = 0$, qual o maior valor para $x_1 \geq 0$, tal que $x_{\mathcal{B}} \geq 0$?

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_1 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação? (de modo que $x_\mathcal{B} \geq 0$)

$$x_\mathcal{B} = \bar{x}_\mathcal{B} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_2)x_2$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Se $x_4 = 0$, qual o maior valor para $x_1 \geq 0$, tal que $x_\mathcal{B} \geq 0$?

$$x_3 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1{,}5 - 0{,}35x_1 \geq 0$$

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_1 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação? (de modo que $x_{\mathcal{B}} \geq 0$)

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_2)x_2$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Se $x_4 = 0$, qual o maior valor para $x_1 \geq 0$, tal que $x_{\mathcal{B}} \geq 0$?

$$x_3 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1{,}5 - 0{,}35x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 5 - 0{,}5x_1 \geq 0$$

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_1 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação? (de modo que $x_\mathcal{B} \geq 0$)

$$x_\mathcal{B} = \bar{x}_\mathcal{B} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_2)x_2$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Se $x_4 = 0$, qual o maior valor para $x_1 \geq 0$, tal que $x_\mathcal{B} \geq 0$?

$$x_3 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1{,}5 - 0{,}35x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 5 - 0{,}5x_1 \geq 0$$

$$x_5 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}5 - 0{,}15x_1 \geq 0$$

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_1 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação? (de modo que $x_{\mathcal{B}} \geq 0$)

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_2)x_2$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Se $x_4 = 0$, qual o maior valor para $x_1 \geq 0$, tal que $x_{\mathcal{B}} \geq 0$?

$$x_3 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x_1 \leq 1{,}5/0{,}35$$

$$x_2 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x_1 \leq 5/0{,}5$$

$$x_5 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x_1 \leq 0{,}5/0{,}15$$

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_1 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação? (de modo que $x_{\mathcal{B}} \geq 0$)

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_2)x_2$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Maior valor para x_1: $\min\left\{\frac{1{,}5}{0{,}35}, \frac{5}{0{,}5}, \frac{0{,}5}{0{,}15}\right\}$

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_1 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação? (de modo que $x_{\mathcal{B}} \geq 0$)

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_2)x_2$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Maior valor para x_1: $\min\left\{\frac{1{,}5}{0{,}35}, \frac{5}{0{,}5}, \frac{0{,}5}{0{,}15}\right\} = \frac{0{,}5}{0{,}15} = 3{,}333$

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_1 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação? (de modo que $x_{\mathcal{B}} \geq 0$)

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_2)x_2$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Maior valor para x_1: $\min\left\{\frac{1{,}5}{0{,}35}, \frac{5}{0{,}5}, \frac{0{,}5}{0{,}15}\right\} = \frac{0{,}5}{0{,}15} = 3{,}333$

(note que x_5 se torna 0)

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_1 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação? (de modo que $x_{\mathcal{B}} \geq 0$)

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_2)x_2$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Maior valor para x_1: $\min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{0{,}35}, \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{0{,}5}, \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{0{,}15} \right\}$

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_1 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação? (de modo que $x_\mathcal{B} \geq 0$)

$$x_\mathcal{B} = \bar{x}_\mathcal{B} - y x_1 - (B^{-1}a_2)x_2$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Maior valor para x_1: $\min\left\{\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1}, \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2}, \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3}\right\}$, com $y = B^{-1}a_1$.

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Outro exemplo: para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_4 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação?

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Outro exemplo: para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_4 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação?

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_4)x_4$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Outro exemplo: para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_4 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação?

$$x_\mathcal{B} = \bar{x}_\mathcal{B} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_4)x_4$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Se $x_1 = 0$, qual o maior valor para $x_4 \geq 0$, tal que $x_\mathcal{B} \geq 0$?

$$x_3 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1{,}5 + 1{,}5x_4 \geq 0$$

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Outro exemplo: para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_4 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação?

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_4)x_4$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Se $x_1 = 0$, qual o maior valor para $x_4 \geq 0$, tal que $x_{\mathcal{B}} \geq 0$?

$$x_3 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1{,}5 + 1{,}5x_4 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 5 - 5x_4 \geq 0$$

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Outro exemplo: para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_4 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação?

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_4)x_4$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Se $x_1 = 0$, qual o maior valor para $x_4 \geq 0$, tal que $x_{\mathcal{B}} \geq 0$?

$$x_3 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1{,}5 + 1{,}5x_4 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 5 - 5x_4 \geq 0$$

$$x_5 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 0{,}5 + 2{,}5x_4 \geq 0$$

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Outro exemplo: para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_4 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação?

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_4)x_4$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Se $x_1 = 0$, qual o maior valor para $x_4 \geq 0$, tal que $x_{\mathcal{B}} \geq 0$?

$$\begin{aligned} x_3 \geq 0 &\quad \Leftrightarrow \quad \text{qualquer } x_4 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 &\quad \Leftrightarrow \quad x_4 \leq 5/5 \\ x_5 \geq 0 &\quad \Leftrightarrow \quad \text{qualquer } x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Outro exemplo: para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_4 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação?

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_4)x_4$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Maior valor para x_4: $\min\left\{\times, \frac{5}{5}, \times\right\} = 1.$

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Outro exemplo: para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_4 for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação?

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - yx_4$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Maior valor para x_4: $\min\left\{\times, \dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2}, \times\right\}$, com $y = B^{-1}a_4$.

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Assim, para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_k for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação?

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_4)x_4$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Maior valor para x_k:

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Assim, para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_k for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação?

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_4)x_4$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Maior valor para x_k: $\min\limits_{i=1,\ldots,m} \left\{ \dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \right.$

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Assim, para $\mathcal{B} = \{3,2,5\}$ e $\mathcal{N} = \{1,4\}$, se x_k for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação?

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_4)x_4$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Maior valor para x_k: $\min\limits_{i=1,\ldots,m} \left\{ \dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i}, y_i > 0 \right\}$,

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Assim, para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_k for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação?

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_4)x_4$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Maior valor para x_k: $\min\limits_{i=1,\dots,m} \left\{ \dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i}, y_i > 0 \right\}$, com $y = B^{-1}a_k$.

Método simplex

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

Assim, para $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$, se x_k for escolhido para ser perturbado, qual o maior valor possível dessa perturbação?

$$x_{\mathcal{B}} = \bar{x}_{\mathcal{B}} - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_4)x_4$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}5 \\ 5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}35 \\ 0{,}5 \\ 0{,}15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 5 \\ -2{,}5 \end{bmatrix} x_4$$

Maior valor para x_k: $\min\limits_{i=1,\ldots,m} \left\{ \dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i}, y_i > 0 \right\}$, com $y = B^{-1}a_k$.

Este cálculo é chamado de teste da razão.

Método simplex

Com isso, temos tudo o que precisamos:

Método simplex

Com isso, temos tudo o que precisamos:

- Solução básica primal factível:

Método simplex

Com isso, temos tudo o que precisamos:

- Solução básica primal factível: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \geq 0$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Método simplex

Com isso, temos tudo o que precisamos:

- Solução básica primal factível: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \geq 0$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual:

Método simplex

Com isso, temos tudo o que precisamos:

- Solução básica primal factível: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \geq 0$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;

Método simplex

Com isso, temos tudo o que precisamos:

- Solução básica primal factível: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \geq 0$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- As folgas duais s_j são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$, e indicam qual variável perturbar;

Método simplex

Com isso, temos tudo o que precisamos:

- Solução básica primal factível: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \geq 0$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- As folgas duais s_j são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$, e indicam qual variável perturbar;
- O teste da razão determina a maior perturbação possível para um dado x_k, $k \in \mathcal{N}$,

Método simplex

Com isso, temos tudo o que precisamos:

- Solução básica primal factível: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \geq 0$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- As folgas duais s_j são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$, e indicam qual variável perturbar;
- O teste da razão determina a maior perturbação possível para um dado x_k, $k \in \mathcal{N}$, tal que x continue factível ($x \geq 0$) após a perturbação;

Método simplex

Com isso, temos tudo o que precisamos:

- Solução básica primal factível: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \geq 0$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- As folgas duais s_j são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$, e indicam qual variável perturbar;
- O teste da razão determina a maior perturbação possível para um dado x_k, $k \in \mathcal{N}$, tal que x continue factível $(x \geq 0)$ após a perturbação;
- A variável x_k perturbada se torna não-nula e assim k deve entrar em $\mathcal{B}$;

Método simplex

Com isso, temos tudo o que precisamos:

- Solução básica primal factível: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \geq 0$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- As folgas duais s_j são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$, e indicam qual variável perturbar;
- O teste da razão determina a maior perturbação possível para um dado x_k, $k \in \mathcal{N}$, tal que x continue factível $(x \geq 0)$ após a perturbação;
- A variável x_k perturbada se torna não-nula e assim k deve entrar em $\mathcal{B}$;
- A variável $x_{\mathcal{B}_i}$ que se torna nula pode sair de $\mathcal{B}$;

Método simplex

Com isso, temos tudo o que precisamos:

- Solução básica primal factível: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \geq 0$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_{\mathcal{B}} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- As folgas duais s_j são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$, e indicam qual variável perturbar;
- O teste da razão determina a maior perturbação possível para um dado x_k, $k \in \mathcal{N}$, tal que x continue factível $(x \geq 0)$ após a perturbação;
- A variável x_k perturbada se torna não-nula e assim k deve entrar em $\mathcal{B}$;
- A variável $x_{\mathcal{B}_i}$ que se torna nula pode sair de $\mathcal{B}$;
- Esse processo é chamado de troca de base,

Método simplex

Com isso, temos tudo o que precisamos:

- Solução básica primal factível: $\bar{x}_\mathcal{B} = B^{-1}b \geq 0$, $\bar{x}_\mathcal{N} = 0$;
- Solução básica dual: $\bar{p}^T = c_\mathcal{B}^T B^{-1}$, $\bar{s}_\mathcal{B} = 0$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j, \forall j \in \mathcal{N}$;
- As folgas duais s_j são os custos relativos de x_j, $j \in \mathcal{N}$, e indicam qual variável perturbar;
- O teste da razão determina a maior perturbação possível para um dado x_k, $k \in \mathcal{N}$, tal que x continue factível $(x \geq 0)$ após a perturbação;
- A variável x_k perturbada se torna não-nula e assim k deve entrar em $\mathcal{B}$;
- A variável $x_{\mathcal{B}_i}$ que se torna nula pode sair de $\mathcal{B}$;
- Esse processo é chamado de troca de base, o que determina uma iteração do método simplex.

Método simplex

Determine a solução ótima do problema de programação linear:

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & -3x_1 - 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 \\
\text{s.a} \quad & 0{,}5x_1 + 0{,}3x_2 + x_3 = 3 \\
& 0{,}1x_1 + 0{,}2x_2 + x_4 = 1 \\
& 0{,}4x_1 + 0{,}5x_2 + x_5 = 3 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{aligned}
$$

Método simplex

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1} b$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T =$$

Método simplex

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 &= c_1 - \bar{p}^T a_1 = \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = \end{aligned}$$

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 &= c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2 \end{aligned}$$

Método simplex

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 &= c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2 \end{aligned}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- x_1 entrará na base.

Método simplex

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 &= c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2 \end{aligned}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- x_1 entrará na base.
- Teste da razão:

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 &= c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2 \end{aligned}$$

- x_1 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y =$$

Método simplex

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3,4,5\}$ e $\mathcal{N} = \{1,2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 &= c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2 \end{aligned}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- x_1 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 =$$

Método simplex

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 &= c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2 \end{aligned}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- x_1 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}1 \\ 0{,}4 \end{bmatrix}$$

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_1 = c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3$$

$$\bar{s}_2 = c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2$$

- x_1 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}1 \\ 0{,}4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{3}{0{,}5};$$

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_1 = c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3$$
$$\bar{s}_2 = c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2$$

- x_1 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}1 \\ 0{,}4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{3}{0{,}5}; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = \frac{1}{0{,}1};$$

Método simplex

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 &= c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2 \end{aligned}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- x_1 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}1 \\ 0{,}4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{3}{0{,}5}; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = \frac{1}{0{,}1}; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} = \frac{3}{0{,}4}.$$

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_1 = c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3$$

$$\bar{s}_2 = c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2$$

- x_1 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}1 \\ 0{,}4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{3}{0{,}5}; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = \frac{1}{0{,}1}; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} = \frac{3}{0{,}4}.$$

- min: $\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = 6$

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_1 = c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3$$

$$\bar{s}_2 = c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2$$

- x_1 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}1 \\ 0{,}4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{3}{0{,}5}; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = \frac{1}{0{,}1}; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} = \frac{3}{0{,}4}.$$

- min: $\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = 6 \Rightarrow x_3$ sairá da base.

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1,4,5\}$ e $\mathcal{N} = \{3,2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} =$$

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_3 = c_3 - \bar{p}^T a_3 =$$

$$\bar{s}_2 = c_2 - \bar{p}^T a_2 =$$

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_3 &= c_3 - \bar{p}^T a_3 = 6 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = -0{,}2 \end{aligned}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_3 &= c_3 - \bar{p}^T a_3 = 6 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = -0{,}2 \end{aligned}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- x_2 entrará na base.

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1,4,5\}$ e $\mathcal{N} = \{3,2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_3 &= c_3 - \bar{p}^T a_3 = 6 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = -0{,}2 \end{aligned}$$

- x_2 entrará na base.
- Teste da razão:

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_3 &= c_3 - \bar{p}^T a_3 = 6 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = -0{,}2 \end{aligned}$$

- x_2 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y =$$

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_3 &= c_3 - \bar{p}^T a_3 = & 6 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = & -0{,}2 \end{aligned}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- x_2 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 =$$

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_3 &= c_3 - \bar{p}^T a_3 = \quad 6 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = -0{,}2 \end{aligned}$$

- x_2 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0{,}6 \\ 0{,}14 \\ 0{,}26 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_3 = c_3 - \bar{p}^T a_3 = 6$$

$$\bar{s}_2 = c_2 - \bar{p}^T a_2 = -0{,}2$$

- x_2 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0{,}6 \\ 0{,}14 \\ 0{,}26 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{6}{0{,}6};$$

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_3 = c_3 - \bar{p}^T a_3 = 6$$

$$\bar{s}_2 = c_2 - \bar{p}^T a_2 = -0{,}2$$

- x_2 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0{,}6 \\ 0{,}14 \\ 0{,}26 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{6}{0{,}6}; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = \frac{0{,}4}{0{,}14};$$

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_3 &= c_3 - \bar{p}^T a_3 = 6 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = -0{,}2 \end{aligned}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- x_2 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0{,}6 \\ 0{,}14 \\ 0{,}26 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{6}{0{,}6}; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = \frac{0{,}4}{0{,}14}; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} = \frac{0{,}6}{0{,}26}.$$

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_3 = c_3 - \bar{p}^T a_3 = 6$$

$$\bar{s}_2 = c_2 - \bar{p}^T a_2 = -0{,}2$$

- x_2 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0{,}6 \\ 0{,}14 \\ 0{,}26 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{6}{0{,}6}; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = \frac{0{,}4}{0{,}14}; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} = \frac{0{,}6}{0{,}26}.$$

- min: $\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3}$

Método simplex

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_3 &= c_3 - \bar{p}^T a_3 = 6 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = -0{,}2 \end{aligned}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- x_2 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0{,}6 \\ 0{,}14 \\ 0{,}26 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{6}{0{,}6}; \; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = \frac{0{,}4}{0{,}14}; \; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} = \frac{0{,}6}{0{,}26}.$$

- min: $\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} \Rightarrow x_5$ sairá da base.

Método simplex

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}84 & 0 & -2{,}30 \\ 0{,}23 & 1 & -0{,}54 \\ -3{,}07 & 0 & 3{,}84 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}84 & 0 & -2{,}30 \\ 0{,}23 & 1 & -0{,}54 \\ -3{,}07 & 0 & 3{,}84 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}84 & 0 & -2{,}30 \\ 0{,}23 & 1 & -0{,}54 \\ -3{,}07 & 0 & 3{,}84 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}84 & 0 & -2{,}30 \\ 0{,}23 & 1 & -0{,}54 \\ -3{,}07 & 0 & 3{,}84 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1} b$$

Método simplex

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}84 & 0 & -2{,}30 \\ 0{,}23 & 1 & -0{,}54 \\ -3{,}07 & 0 & 3{,}84 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}62 \\ 0{,}08 \\ 2{,}30 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}84 & 0 & -2{,}30 \\ 0{,}23 & 1 & -0{,}54 \\ -3{,}07 & 0 & 3{,}84 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}62 \\ 0{,}08 \\ 2{,}30 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18{,}46$

Método simplex

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}84 & 0 & -2{,}30 \\ 0{,}23 & 1 & -0{,}54 \\ -3{,}07 & 0 & 3{,}84 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}62 \\ 0{,}08 \\ 2{,}30 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18{,}46$
- Calcular a solução básica dual:

$\bar{p}^T =$

Método simplex

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}84 & 0 & -2{,}30 \\ 0{,}23 & 1 & -0{,}54 \\ -3{,}07 & 0 & 3{,}84 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}62 \\ 0{,}08 \\ 2{,}30 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18{,}46$
- Calcular a solução básica dual:

$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} =$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}84 & 0 & -2{,}30 \\ 0{,}23 & 1 & -0{,}54 \\ -3{,}07 & 0 & 3{,}84 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}62 \\ 0{,}08 \\ 2{,}30 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18{,}46$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -5{,}36 & 0 & -0{,}78 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}84 & 0 & -2{,}30 \\ 0{,}23 & 1 & -0{,}54 \\ -3{,}07 & 0 & 3{,}84 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}62 \\ 0{,}08 \\ 2{,}30 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18{,}46$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -5{,}36 & 0 & -0{,}78 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_3 = c_3 - \bar{p}^T a_3 =$$
$$\bar{s}_5 = c_5 - \bar{p}^T a_5 =$$

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}84 & 0 & -2{,}30 \\ 0{,}23 & 1 & -0{,}54 \\ -3{,}07 & 0 & 3{,}84 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}62 \\ 0{,}08 \\ 2{,}30 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18{,}46$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -5{,}36 & 0 & -0{,}78 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_3 &= c_3 - \bar{p}^T a_3 = 5{,}36 \\ \bar{s}_5 &= c_5 - \bar{p}^T a_5 = 0{,}78 \end{aligned}$$

Método simplex

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}84 & 0 & -2{,}30 \\ 0{,}23 & 1 & -0{,}54 \\ -3{,}07 & 0 & 3{,}84 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}62 \\ 0{,}08 \\ 2{,}30 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18{,}46$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -5{,}36 & 0 & -0{,}78 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_3 &= c_3 - \bar{p}^T a_3 = 5{,}36 \\ \bar{s}_5 &= c_5 - \bar{p}^T a_5 = 0{,}78 \end{aligned}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- É possível melhorar essa solução?

Método simplex

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1,4,2\}$ e $\mathcal{N} = \{3,5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}84 & 0 & -2{,}30 \\ 0{,}23 & 1 & -0{,}54 \\ -3{,}07 & 0 & 3{,}84 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}62 \\ 0{,}08 \\ 2{,}30 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18{,}46$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -5{,}36 & 0 & -0{,}78 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_3 = c_3 - \bar{p}^T a_3 = 5{,}36$$
$$\bar{s}_5 = c_5 - \bar{p}^T a_5 = 0{,}78$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- É possível melhorar essa solução?
- Não! Os custos relativos são ≥ 0.
- Ou seja, a solução dual é factível.

Método simplex

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}84 & 0 & -2{,}30 \\ 0{,}23 & 1 & -0{,}54 \\ -3{,}07 & 0 & 3{,}84 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}62 \\ 0{,}08 \\ 2{,}30 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18{,}46$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -5{,}36 & 0 & -0{,}78 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_3 &= c_3 - \bar{p}^T a_3 = 5{,}36 \\ \bar{s}_5 &= c_5 - \bar{p}^T a_5 = 0{,}78 \end{aligned}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- É possível melhorar essa solução?
- Não! Os custos relativos são ≥ 0.
- Ou seja, a solução dual é factível.
- Portanto: solução ótima encontrada!

Método simplex

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}84 & 0 & -2{,}30 \\ 0{,}23 & 1 & -0{,}54 \\ -3{,}07 & 0 & 3{,}84 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}62 \\ 0{,}08 \\ 2{,}30 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18{,}46$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -5{,}36 & 0 & -0{,}78 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_3 = c_3 - \bar{p}^T a_3 = 5{,}36$$
$$\bar{s}_5 = c_5 - \bar{p}^T a_5 = 0{,}78$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- É possível melhorar essa solução?
- Não! Os custos relativos são ≥ 0.
- Ou seja, a solução dual é factível.
- Portanto: solução ótima encontrada!
- $x^\star = (4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$;

Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}3 \\ 0{,}1 & 1 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3{,}84 & 0 & -2{,}30 \\ 0{,}23 & 1 & -0{,}54 \\ -3{,}07 & 0 & 3{,}84 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}62 \\ 0{,}08 \\ 2{,}30 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -18{,}46$
- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -5{,}36 & 0 & -0{,}78 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_3 = c_3 - \bar{p}^T a_3 = 5{,}36$$
$$\bar{s}_5 = c_5 - \bar{p}^T a_5 = 0{,}78$$

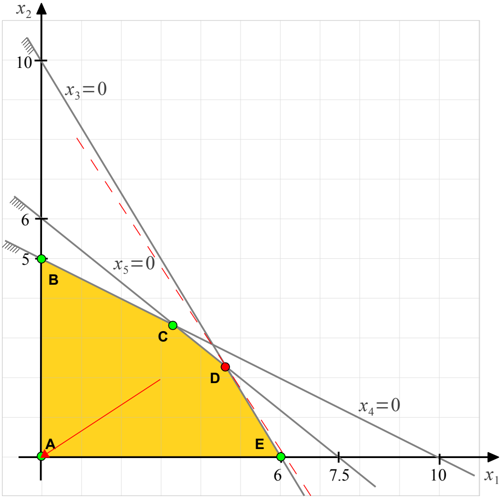
- É possível melhorar essa solução?
- Não! Os custos relativos são ≥ 0.
- Ou seja, a solução dual é factível.
- Portanto: solução ótima encontrada!
- $x^\star = (4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$;
- $f(x^\star) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -18{,}46$;

Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

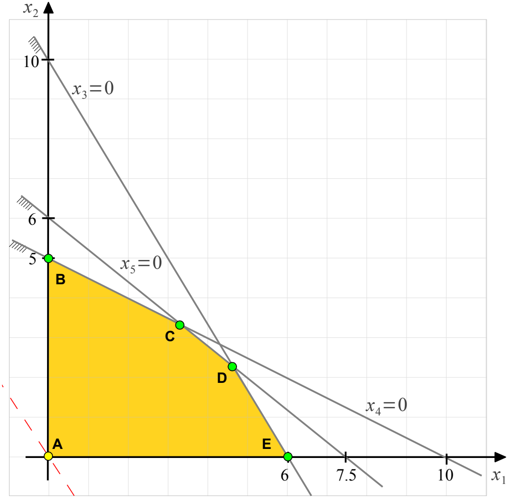


Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$



Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3,4,5\}$ e $\mathcal{N} = \{1,2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_1 = c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3$$

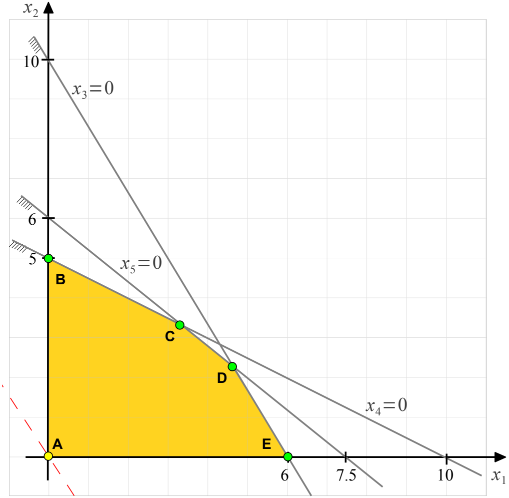
$$\bar{s}_2 = c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2$$

Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

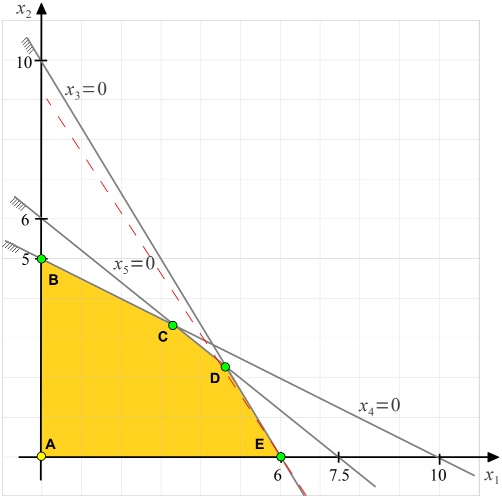


Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

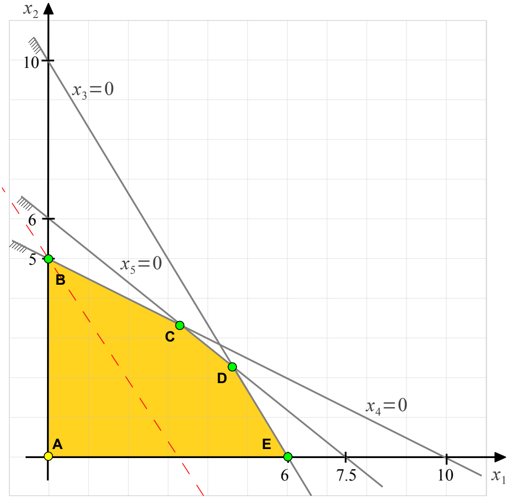


Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

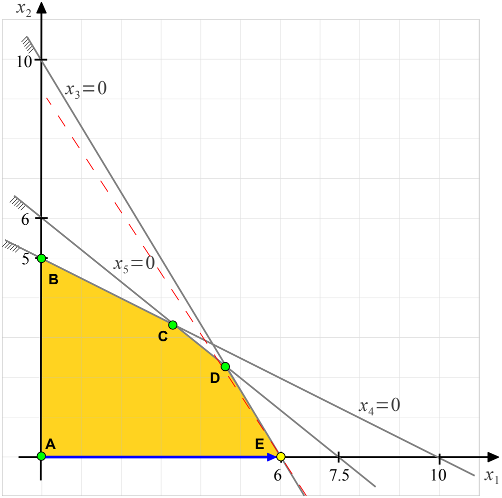


Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$



Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_1 &= c_1 - \bar{p}^T a_1 = -3 \\ \bar{s}_2 &= c_2 - \bar{p}^T a_2 = -2 \end{aligned}$$

- x_1 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}1 \\ 0{,}4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{3}{0{,}5}; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = \frac{1}{0{,}1}; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} = \frac{3}{0{,}4}.$$

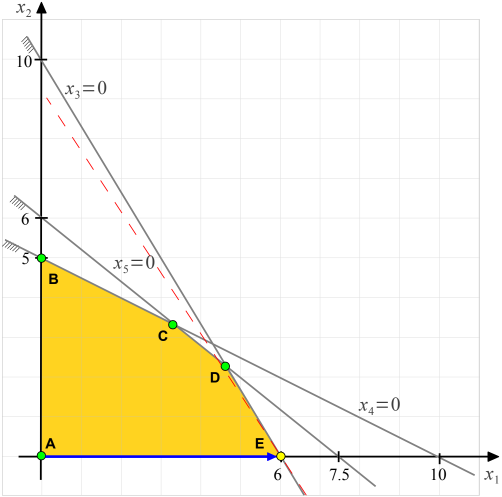
- min: $\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = 6$

Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

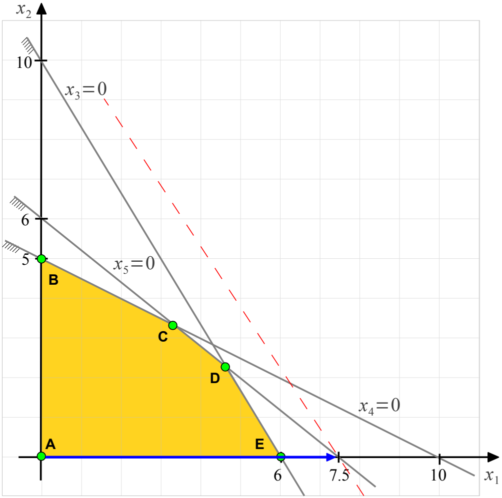


Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

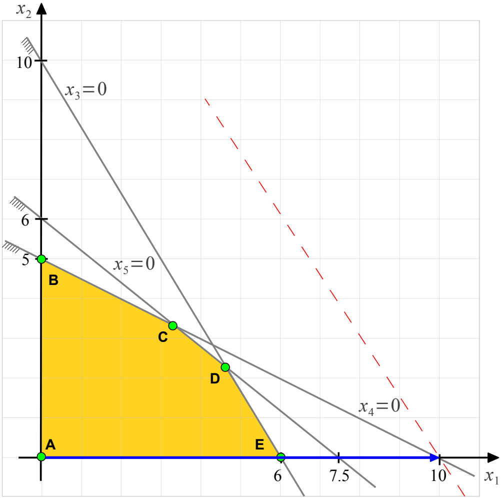


Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

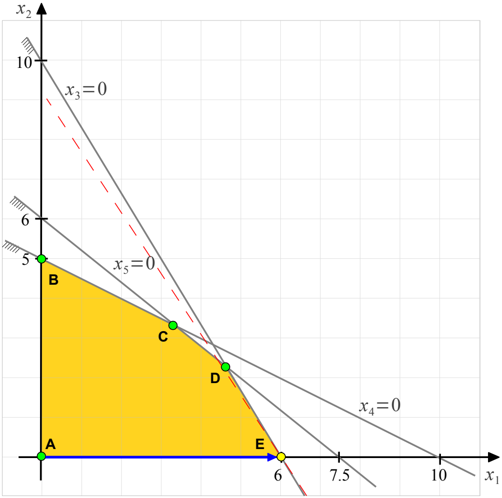


Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$



Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0{,}1 & 1 & 0 \\ 0{,}4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -0{,}2 & 1 & 0 \\ -0{,}8 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_3 = c_3 - \bar{p}^T a_3 = 6$$
$$\bar{s}_2 = c_2 - \bar{p}^T a_2 = -0{,}2$$

- x_2 entrará na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0{,}6 \\ 0{,}14 \\ 0{,}26 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{6}{0{,}6}; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = \frac{0{,}4}{0{,}14}; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} = \frac{0{,}6}{0{,}26}.$$

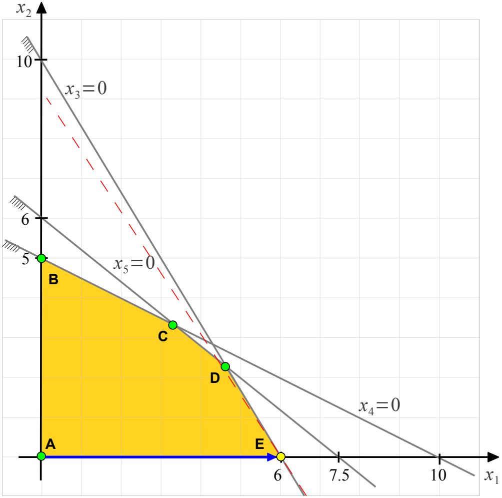
- min: $\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} \Rightarrow x_5$ sairá da base.

Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

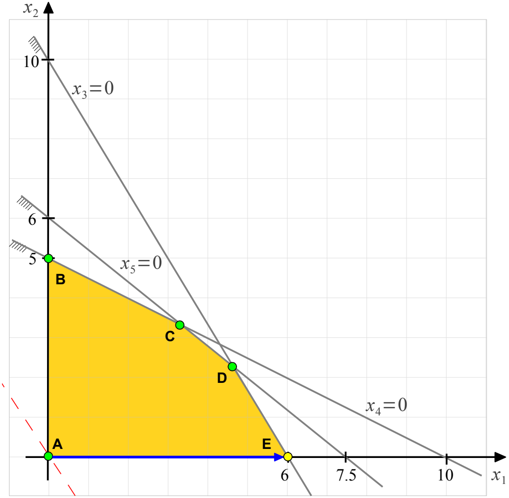


Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

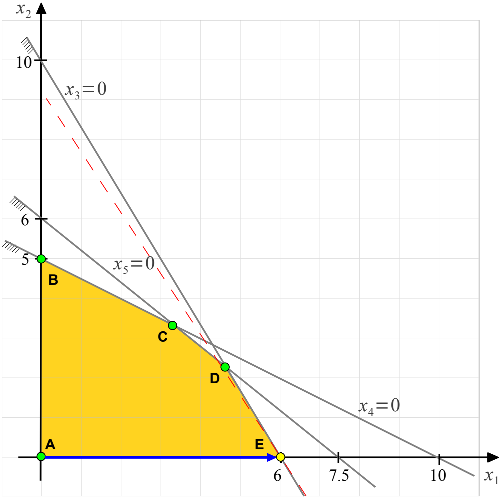


Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

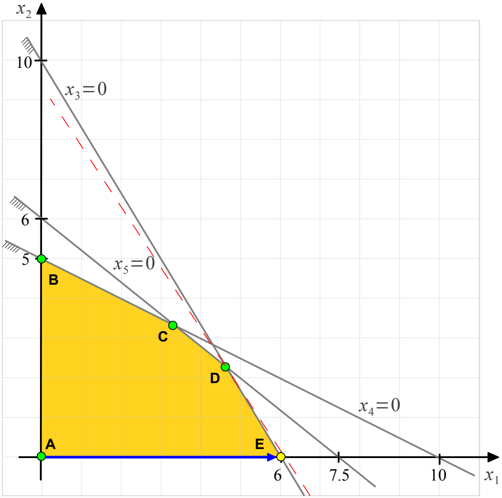


Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

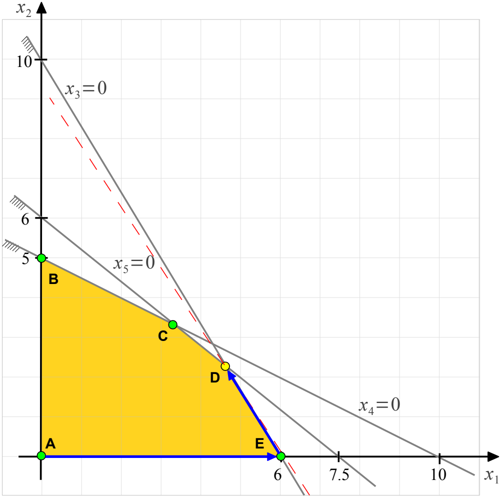


Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$



Método simplex

$$c^T = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,4 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 3,84 & 0 & -2,30 \\ 0,23 & 1 & -0,54 \\ -3,07 & 0 & 3,84 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4,62 \\ 0,08 \\ 2,30 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -5,36 & 0 & -0,78 \end{bmatrix}$$

$$\bar{s}_3 = c_3 - \bar{p}^T a_3 = 5,36$$
$$\bar{s}_5 = c_5 - \bar{p}^T a_5 = 0,78$$

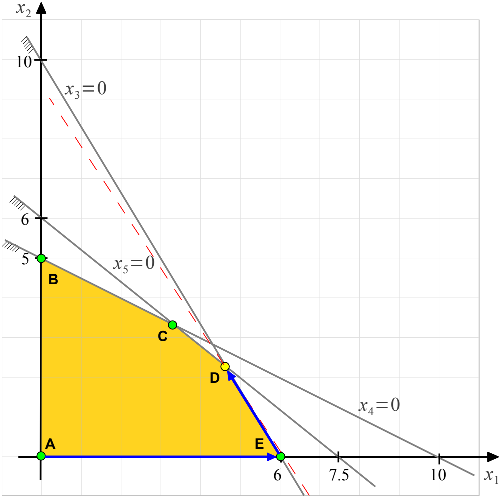
- É possível melhorar essa solução?
- Não! Os custos relativos são ≥ 0.
- Ou seja, a solução dual é factível.
- Portanto: solução ótima encontrada!
- $x^\star = (4,62,\ 2,3,\ 0,\ 0,08,\ 0)$;
- $f(x^\star) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -18,46$;

Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

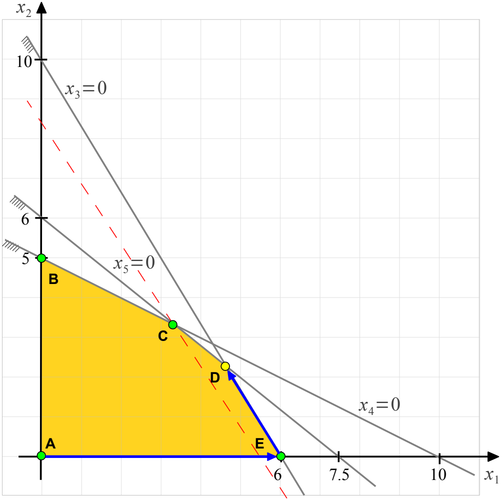


Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

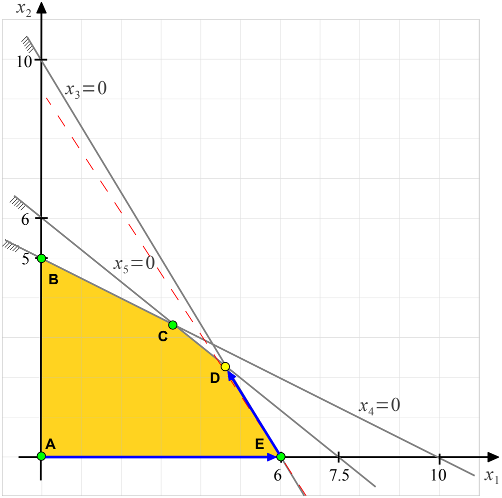


Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

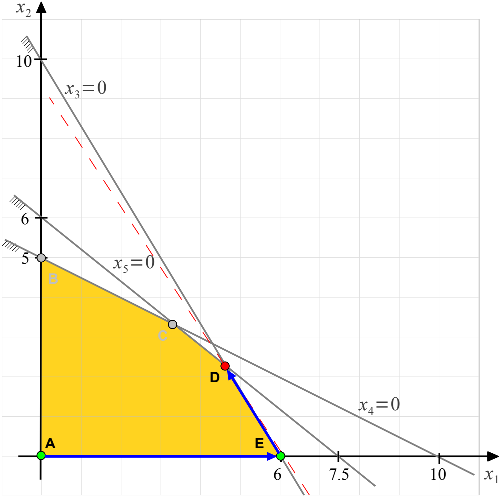


Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$



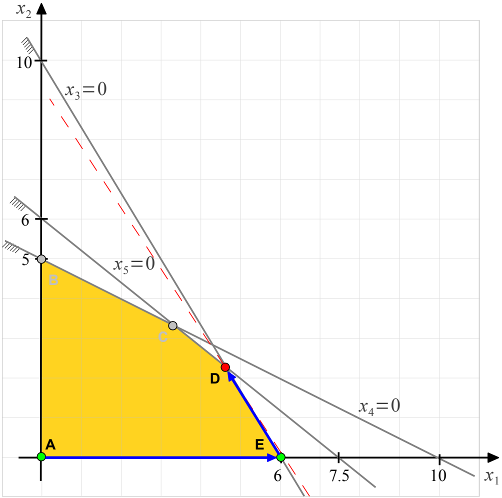
Método simplex

▷ Ilustração

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A**: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- **B**: $(0,\ 5,\ 1{,}5,\ 0,\ 0{,}5)$
- **C**: $(3{,}33,\ 3{,}33,\ 0{,}33,\ 0,\ 0)$
- **D**: $(4{,}62,\ 2{,}3,\ 0,\ 0{,}08,\ 0)$
- **E**: $(6,\ 0,\ 0,\ 0{,}4,\ 0{,}6)$

- Observe que não foi preciso enumerar todos os pontos extremos!



Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Entrada:

Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal:

Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual:

Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$,

Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min\limits_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min\limits_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$,

Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$, então PARE! Solução ótima encontrada;

Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$, então PARE! Solução ótima encontrada;
Senão,

Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$, então PARE! Solução ótima encontrada;
Senão, x_k irá entrar na base;

Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$, então PARE! Solução ótima encontrada;
Senão, x_k irá entrar na base;

Passo 5: Calcular $y = B^{-1}a_k$;

Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min\limits_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$, então PARE! Solução ótima encontrada;
Senão, x_k irá entrar na base;

Passo 5: Calcular $y = B^{-1}a_k$;

Passo 6: Teste da razão: $\dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{\dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0\right\}$;

Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min\limits_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$, então PARE! Solução ótima encontrada;
Senão, x_k irá entrar na base;

Passo 5: Calcular $y = B^{-1}a_k$;

Passo 6: Teste da razão: $\dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{\dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0\right\}$;
$\bar{x}_{\mathcal{B}_l}$ irá sair da base.

Método simplex: Algoritmo (incompleto)

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min\limits_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$, então PARE! Solução ótima encontrada;
Senão, x_k irá entrar na base;

Passo 5: Calcular $y = B^{-1}a_k$;

Passo 6: Teste da razão: $\dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{\dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0\right\}$;
$\bar{x}_{\mathcal{B}_l}$ irá sair da base.

Passo 7: Atualizar $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ e voltar para o Passo 1.

Método simplex

▷ Exercício

Resolva o seguinte problema pelo método simplex:

$$\begin{aligned} \text{max} \quad & x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a} \quad & x_1 + x_2 \leq 6 \\ & x_1 - x_2 \leq 4 \\ & -x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Método simplex

▷ Exercício *(dica: pense bem antes de começar a resolver)*

Resolva o seguinte problema pelo método simplex:

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & 5w_1 + 6w_2 + 3w_3 \\
\text{s.a} \quad & 5w_1 + 5w_2 + 3w_3 \geq 50 \\
& 1w_1 + 1w_2 - 1w_3 \geq 20 \\
& 7w_1 + 6w_2 - 9w_3 \geq 30 \\
& 5w_1 + 5w_2 + 5w_3 \geq 35 \\
& 2w_1 + 4w_2 - 15w_3 \geq 10 \\
& 12w_1 + 10w_2 + 0w_3 \geq 90 \\
& 0w_1 + 1w_2 - 10w_3 \geq 20 \\
& w_1, w_2, w_3 \geq 0
\end{aligned}
$$

Método simplex

▷ Exercício

Resolva o seguinte problema pelo método simplex:

$$\begin{aligned} \text{max} \quad & 2x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a} \quad & -x_1 + x_2 \leq 3 \\ & 2x_1 - 3x_2 \leq 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T =$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 =$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 =$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -2$$
$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -2$$
$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

- $s_1 < 0 \Rightarrow x_1$ entra na base.

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -2$$
$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_1 < 0 \Rightarrow x_1$ entra na base.
- Teste da razão:

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -2$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

- $s_1 < 0 \Rightarrow x_1$ entra na base.
- Teste da razão:

$$y =$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -2$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

- $s_1 < 0 \Rightarrow x_1$ entra na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1} a_1 =$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3,4\}$ e $\mathcal{N} = \{1,2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -2$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

- $s_1 < 0 \Rightarrow x_1$ entra na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -2$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_1 < 0 \Rightarrow x_1$ entra na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} =$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} s_1 &= c_1 - p^T a_1 = -2 \\ s_2 &= c_2 - p^T a_2 = -2 \end{aligned}$$

- $s_1 < 0 \Rightarrow x_1$ entra na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1} a_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} =$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} s_1 &= c_1 - p^T a_1 = -2 \\ s_2 &= c_2 - p^T a_2 = -2 \end{aligned}$$

- $s_1 < 0 \Rightarrow x_1$ entra na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = \frac{3}{2}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -2$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

- $s_1 < 0 \Rightarrow x_1$ entra na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = \frac{3}{2}$$

- $\mathcal{B}_2 = 4 \Rightarrow x_4$ sai da base.

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T =$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} =$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3,1\}$ e $\mathcal{N} = \{4,2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 =$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 =$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -5$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} s_4 &= c_4 - p^T a_4 = 1 \\ s_2 &= c_2 - p^T a_2 = -5 \end{aligned}$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base.

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} s_4 &= c_4 - p^T a_4 = 1 \\ s_2 &= c_2 - p^T a_2 = -5 \end{aligned}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base.
- Teste da razão:

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} s_4 &= c_4 - p^T a_4 = 1 \\ s_2 &= c_2 - p^T a_2 = -5 \end{aligned}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base.
- Teste da razão:

$$y =$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 1$$
$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -5$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 =$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} s_4 &= c_4 - p^T a_4 = \ 1 \\ s_2 &= c_2 - p^T a_2 = \ -5 \end{aligned}$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ -1{,}5 \end{bmatrix}$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} s_4 &= c_4 - p^T a_4 = 1 \\ s_2 &= c_2 - p^T a_2 = -5 \end{aligned}$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ -1{,}5 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} =$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 1$$
$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -5$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ -1{,}5 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} =$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} s_4 &= c_4 - p^T a_4 = 1 \\ s_2 &= c_2 - p^T a_2 = -5 \end{aligned}$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ -1{,}5 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \min \emptyset$$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -5$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ -1{,}5 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \min \varnothing$$

- E agora?

Teste da razão

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

- Temos $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

Teste da razão

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

- Temos $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;
- Matriz básica: $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, com $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$

Teste da razão

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

- Temos $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;
- Matriz básica: $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, com $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$
- $x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - (B^{-1}a_4)x_4 - (B^{-1}a_2)x_2$:

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_4 - \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} x_2$$

Teste da razão

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

- Temos $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;
- Matriz básica: $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, com $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$
- $x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - (B^{-1}a_4)x_4 - (B^{-1}a_2)x_2$:

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_4 - \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} x_2$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x_3 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} x_4 - \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ -1{,}5 \end{bmatrix} x_2$$

Teste da razão

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

- Temos $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;
- Matriz básica: $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, com $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$
- $x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - (B^{-1}a_4)x_4 - (B^{-1}a_2)x_2$:

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_4 - \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} x_2$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x_3 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix} - \cancel{\begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix}} x_4 - \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ -1{,}5 \end{bmatrix} x_2$$

Teste da razão

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

- Temos $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;
- Matriz básica: $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, com $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$
- $x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - (B^{-1}a_4)x_4 - (B^{-1}a_2)x_2$:

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_4 - \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} x_2$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x_3 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix} - \cancel{\begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} x_4} - \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ -1{,}5 \end{bmatrix} x_2$$

- Qual o maior valor para x_2, de modo que $(x_3, x_1) \geq 0$?

Teste da razão

▷ Perturbação de uma variável primal não-básica

- Temos $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;
- Matriz básica: $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, com $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$
- $x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - (B^{-1}a_4)x_4 - (B^{-1}a_2)x_2$:

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_4 - \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} x_2$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x_3 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix} - \cancel{\begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} x_4} - \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ -1{,}5 \end{bmatrix} x_2$$

- Qual o maior valor para x_2, de modo que $(x_3, x_1) \geq 0$?
- $x_2 \to \infty$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} s_4 &= c_4 - p^T a_4 = 1 \\ s_2 &= c_2 - p^T a_2 = -5 \end{aligned}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ -1{,}5 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \min \varnothing$$

- $x_2 \to \infty$

Método simplex

▷ Exercício: Resolução

$$c^T = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{4, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4{,}5 \\ 1{,}5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} s_4 &= c_4 - p^T a_4 = 1 \\ s_2 &= c_2 - p^T a_2 = -5 \end{aligned}$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ -1{,}5 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \min \varnothing$$

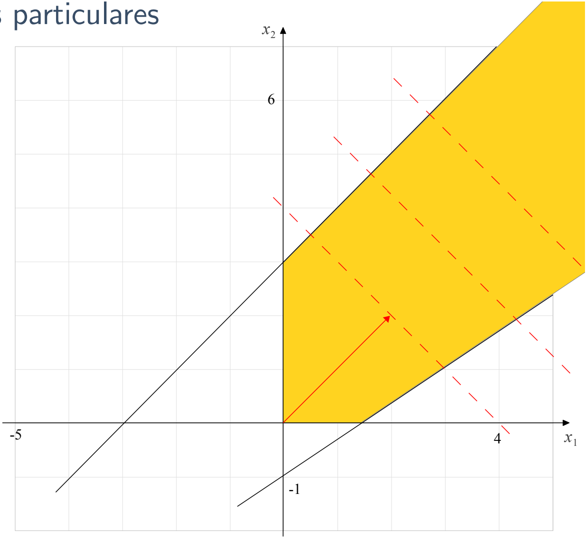
- PARE! Problema ilimitado.

Método simplex

▷ Solução gráfica: Casos particulares

$$\begin{aligned} \text{max} \quad & f(x_1, x_2) = 2x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a} \quad & -x_1 + x_2 \leq 3 \\ & 2x_1 - 3x_2 \leq 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

▷ Solução ilimitada



Método simplex: Algoritmo

Método simplex: Algoritmo

Entrada:

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal:

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual:

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$,

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min\limits_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$,

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$, então PARE! Solução ótima encontrada;

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$, então PARE! Solução ótima encontrada;
Senão,

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$, então PARE! Solução ótima encontrada;
Senão, x_k irá entrar na base;

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$, então PARE! Solução ótima encontrada;
Senão, x_k irá entrar na base;

Passo 5: Calcular $y = B^{-1}a_k$;

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min\limits_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$, então PARE! Solução ótima encontrada;
Senão, x_k irá entrar na base;

Passo 5: Calcular $y = B^{-1}a_k$;

Passo 6: Se $y \leq 0$,

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$, então PARE! Solução ótima encontrada;
Senão, x_k irá entrar na base;

Passo 5: Calcular $y = B^{-1}a_k$;

Passo 6: Se $y \leq 0$, então PARE! Problema ilimitado;

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min\limits_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$, então PARE! Solução ótima encontrada;
Senão, x_k irá entrar na base;

Passo 5: Calcular $y = B^{-1}a_k$;

Passo 6: Se $y \leq 0$, então PARE! Problema ilimitado;

Passo 7: Teste da razão: $\dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{\dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0\right\}$;

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min\limits_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$, então PARE! Solução ótima encontrada;
Senão, x_k irá entrar na base;

Passo 5: Calcular $y = B^{-1}a_k$;

Passo 6: Se $y \leq 0$, então PARE! Problema ilimitado;

Passo 7: Teste da razão: $\dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{\dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0\right\}$;
$\bar{x}_{\mathcal{B}_l}$ irá sair da base.

Método simplex: Algoritmo

Entrada: $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ tal que $B = A_{\mathcal{B}}$ é invertível e $B^{-1}b \geq 0$.

Passo 1: Calcular a solução básica primal: $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, $\bar{x}_{\mathcal{N}} = 0$;

Passo 2: Calcular a solução básica dual: $\bar{p}^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$, $\bar{s}_j = c_j - \bar{p}^T a_j$, $\forall j \in \mathcal{N}$;

Passo 3: Determinar $\bar{s}_k = \min\limits_{j \in \mathcal{N}} \bar{s}_j$;

Passo 4: Se $\bar{s}_k \geq 0$, então PARE! Solução ótima encontrada;
Senão, x_k irá entrar na base;

Passo 5: Calcular $y = B^{-1}a_k$;

Passo 6: Se $y \leq 0$, então PARE! Problema ilimitado;

Passo 7: Teste da razão: $\dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{\dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0\right\}$;
$\bar{x}_{\mathcal{B}_l}$ irá sair da base.

Passo 8: Atualizar $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ e voltar para o Passo 1.

Método simplex

▷ Exercício *(dica: o que significa* $s_j = 0, j \in \mathcal{N}$ *na iteração ótima?)*

Encontre três soluções ótimas pelo método simplex:

$$
\begin{array}{ll}
\text{min} & -1x_1 - 2x_2 \\
\text{s.a} & 0{,}5x_1 + 0{,}3x_2 \leq 3 \\
 & 0{,}1x_1 + 0{,}2x_2 \leq 1 \\
 & 0{,}4x_1 + 0{,}5x_2 \leq 3 \\
 & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

- Obrigado pela atenção!
- Dúvidas?