



Universidade Federal de São Carlos
Departamento de Engenharia de Produção



Otimização Linear Contínua e Discreta (Tópicos Avançados em PCSP)

PPGEP, UFSCar - Semestre 01/2022
Prof. Dr. Pedro Munari (munari@dep.ufscar.br)

Tópico 7.1: Modelos de Programação Linear Inteira

Objetivos deste tópico

- ▶ Conhecer a nomenclatura em Programação Inteira;
- ▶ Estudar modelos com variáveis inteiras e binárias;
- ▶ Ver como expressar condições lógicas usando variáveis inteiras e binárias.

Programação inteira

Algumas variáveis do modelo devem assumir apenas valores inteiros (não-fracionários). Nomenclatura:

- ▶ **Programação inteira pura:** os modelos são descritos por variáveis inteiras apenas;
- ▶ **Programação inteira mista:** os modelos possuem variáveis fracionárias e variáveis inteiras;
- ▶ **Programação inteira binária:** os modelos são descritos por variáveis que podem ser iguais a 0 ou 1 somente.

Programação inteira

▷ Programação inteira pura

$$\text{minimizar } f(x_1, \dots, x_n) = c_1x_1 + \dots + c_nx_n$$

$$\text{sujeito a } a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \geq b_2$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

$$x_1, \dots, x_n \in \mathbb{Z}_+$$

Programação inteira

▷ Programação inteira mista

$$\text{minimizar } f(x_1, \dots, x_n) = c_1x_1 + \dots + c_nx_n + d_1y_1 + \dots + d_py_p$$

$$\text{sujeito a } a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n + h_{11}y_1 + \dots + h_{1p}y_p \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + \dots + a_{2n}x_n + h_{21}y_1 + \dots + h_{2p}y_p \geq b_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n + h_{m1}y_1 + \dots + h_{mp}y_p = b_m$$

$$x_1, \dots, x_n \geq 0$$

$$y_1, \dots, y_p \in \mathbb{Z}_+$$

Programação inteira

▷ Programação inteira binária

$$\text{minimizar } f(x_1, \dots, x_n) = c_1x_1 + \dots + c_nx_n$$

$$\text{sujeito a } a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \geq b_2$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

$$x_1, \dots, x_n \in \{0, 1\}$$

Programação inteira

▷ Exemplo

Uma metalúrgica produz dois tipos de ligas metálicas que são vendidas em barras de 1 ton. Cada liga é composta de proporções diferentes de cobre, zinco e chumbo, os quais estão disponíveis em quantidades limitadas em estoque. A tabela abaixo apresenta as composições das ligas e a matéria-prima disponível. Elabore um modelo de otimização para determinar quantas barras produzir de cada liga, de modo a maximizar a receita bruta, sabendo-se que as barras não podem ser fracionadas.

Matéria-prima	Liga 1	Liga 2	Estoque
Cobre	50%	30%	3 ton
Zinco	10%	20%	1 ton
Chumbo	40%	50%	3 ton
Preço venda	3 mil	2 mil	(R\$ por ton)

Programação inteira

▷ Exemplo

Obtemos o seguinte modelo de programação inteira:

$$\max \quad f(x_1, x_2) = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{s.a} \quad 0,5x_1 + 0,3x_2 \leq 3$$

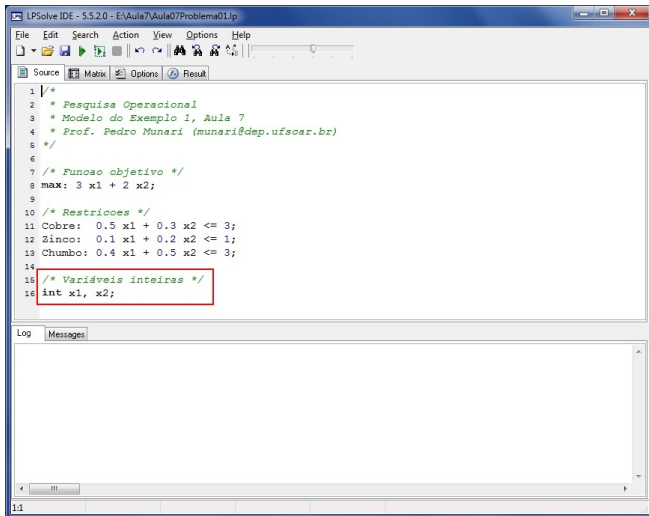
$$0,1x_1 + 0,2x_2 \leq 1$$

$$0,4x_1 + 0,5x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+$$

Programação inteira

▷ Exemplo: lp_solve



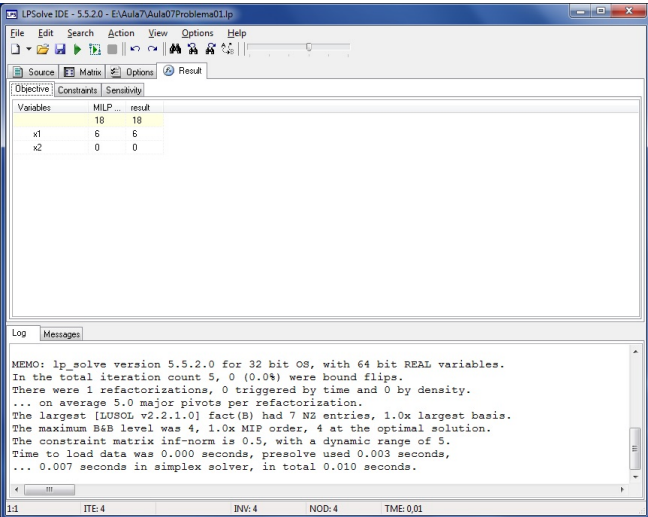
The screenshot shows the LPSolve IDE interface. The main window displays the source code for a linear programming problem. The code is as follows:

```
1 /*
2  * Pesquisa Operacional
3  * Modelo do Exemplo 1, Aula 7
4  * Prof. Pedro Munari (munari@dep.ufscar.br)
5  */
6
7 /* Funcao objetivo */
8 max: 3 x1 + 2 x2;
9
10 /* Restricoes */
11 Cobre: 0.5 x1 + 0.3 x2 <= 3;
12 Zinco: 0.1 x1 + 0.2 x2 <= 1;
13 Chumbo: 0.4 x1 + 0.5 x2 <= 3;
14
15 /* Variáveis inteiras */
16 int x1, x2;
```

The line 15, which defines the integer variables, is highlighted with a red box. Below the code editor, there is a 'Log' tab and a 'Messages' tab, both of which are currently empty.

Programação inteira

▷ Exemplo: lp_solve



The screenshot shows the LPsolve IDE window titled "LPSolve IDE - 5.5.2.0 - E:\Aula7\Aula07\Problema01.lp". The interface includes a menu bar (File, Edit, Search, Action, View, Options, Help), a toolbar, and a main workspace. The "Result" tab is active, displaying a table with the following data:

Variables	MILP ...	result
	18	18
x1	6	6
x2	0	0

Below the table is a "Log" section with a "Messages" tab. The log contains the following text:

```
MEMO: lp_solve version 5.5.2.0 for 32 bit OS, with 64 bit REAL variables.  
In the total iteration count 5, 0 (0.0%) were bound flips.  
There were 1 refactorizations, 0 triggered by time and 0 by density.  
... on average 5.0 major pivots per refactorization.  
The largest [LUSOL v2.2.1.0] fact(B) had 7 NZ entries, 1.0x largest basis.  
The maximum B&B level was 4, 1.0x MIP order, 4 at the optimal solution.  
The constraint matrix inf-norm is 0.5, with a dynamic range of 5.  
Time to load data was 0.000 seconds, presolve used 0.003 seconds,  
... 0.007 seconds in simplex solver, in total 0.010 seconds.
```

At the bottom of the window, a status bar shows the following information: 11 ITE:4 INV:4 NOD:4 TME:0,01

Programação inteira

▷ Exemplo: Excel/Solver

The image shows a Microsoft Excel spreadsheet with a Solver dialog box open. The spreadsheet data is as follows:

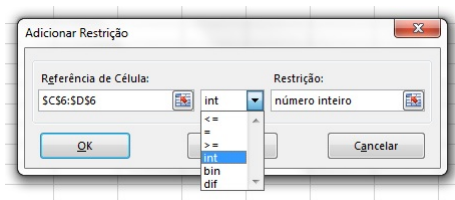
	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3			Liga 1	Liga 2		
4						
5		Variáveis	x1	x2		
6		Solução				
7						
8		Preço	3	2		
9						
10		Cobre	0,5	0,3	0	<=
11		Zinco	0,1	0,2	0	<=
12		Chumbo	0,4	0,5	0	<=
13						
14		F Obj	0			
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						

The Solver Parameters dialog box is configured as follows:

- Definir Objetivo: SC\$14
- Para: Máx. Mín. Valor de: 0
- Alterando Células Variáveis: \$C\$6:\$D\$6
- Sujeito às Restrições:
 - SC\$6:\$D\$6 = número inteiro
 - SE\$10:SE\$12 <= \$G\$10:\$G\$12
- Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas
- Selecionar um Método de: LP Simplex
- Método de Solução: Seleccione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares. Seleccione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Seleccione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.

Programação inteira

▷ Exemplo: Excel/Solver



Programação inteira

▷ Exemplo: Excel/Solver

Aula7Problemas - Excel

ARQUIVO PÁGINA INICIAL INSERIR LAYOUT DA PÁGINA FÓRMULAS DADOS REVISÃO EXIBIÇÃO DESENVOLVEDOR SUPL

Do Access Da Web De Texto De Outras Fontes - Conexões Existentes Conexões Atualizar Tudo - Editar Links Conexões Classificar Filtro Limpar Reaplicar Avançado Texto para Colunas Preenchimento Relâmpago Remover Duplicatas de Ferramentas

C14 : =SOMARPRODUTO(C8:D8;C6:D6)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3			Liga 1	Liga 2								
4												
5		Variáveis	x1	x2								
6		Solução	6	0								
7												
8		Preço	3	2								
9												
10		Cobre	0,5	0,3	3	<=	3					
11		Zinco	0,1	0,2	0,6	<=	1					
12		Chumbo	0,4	0,5	2,4	<=	3					
13												
14		F Obj	18									
15												
16												
17												
18												
19												
20												
21												
22												
23												
24												

Resultados do Solver

O Solver encontrou uma solução. Todas as Restrições e condições de adequação foram satisfeitas.

Manter Solução do Solver

Restaurar Valores Originais

Retornar à Caixa de Diálogo Parâmetros do Solver

OK Cancelar

O Solver encontrou uma solução. Todas as Restrições e condições de adequação foram satisfeitas.

Quando o mecanismo GRG foi usado, o Solver encontrou a solução local. Quando o LP Simplex é usado, significa que o Solver encontrou a solução global.

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

Um empresário está fazendo um planejamento para os próximos três anos. Ele tem disponível R\$ 25 milhões para investir anualmente e cinco projetos estão sob consideração. A tabela abaixo apresenta os retornos esperados para cada projeto ao final do terceiro ano e os desembolsos anuais. O empresário deseja determinar quais projetos ele deve selecionar, de modo a maximizar seu retorno total.

Projeto	Desembolso (milhões R\$)			Retorno (milhões R\$)
	Ano 1	Ano 2	Ano 3	
1	5	1	8	20
2	4	7	10	40
3	3	9	2	20
4	7	4	1	15
5	8	6	10	30

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

- ▶ Variáveis de decisão?

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

▶ Variáveis de decisão?

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{se o investimento } i \text{ for escolhido,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad i = 1, \dots, 5.$$

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

- ▶ Variáveis de decisão?

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{se o investimento } i \text{ for escolhido,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad i = 1, \dots, 5.$$

- ▶ Restrições?

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

- ▶ Variáveis de decisão?

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{se o investimento } i \text{ for escolhido,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad i = 1, \dots, 5.$$

- ▶ Restrições?

Ano 1:

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

- ▶ Variáveis de decisão?

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{se o investimento } i \text{ for escolhido,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad i = 1, \dots, 5.$$

- ▶ Restrições?

$$\text{Ano 1: } 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 \leq 25$$

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

- ▶ Variáveis de decisão?

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{se o investimento } i \text{ for escolhido,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad i = 1, \dots, 5.$$

- ▶ Restrições?

Ano 1: $5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 \leq 25$

Ano 2:

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

- ▶ Variáveis de decisão?

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{se o investimento } i \text{ for escolhido,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad i = 1, \dots, 5.$$

- ▶ Restrições?

$$\text{Ano 1: } 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 \leq 25$$

$$\text{Ano 2: } 1x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 + 6x_5 \leq 25$$

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

- ▶ Variáveis de decisão?

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{se o investimento } i \text{ for escolhido,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad i = 1, \dots, 5.$$

- ▶ Restrições?

$$\text{Ano 1: } 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 \leq 25$$

$$\text{Ano 2: } 1x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 + 6x_5 \leq 25$$

Ano 3:

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

- ▶ Variáveis de decisão?

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{se o investimento } i \text{ for escolhido,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad i = 1, \dots, 5.$$

- ▶ Restrições?

$$\text{Ano 1: } 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 \leq 25$$

$$\text{Ano 2: } 1x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 + 6x_5 \leq 25$$

$$\text{Ano 3: } 8x_1 + 10x_2 + 2x_3 + 1x_4 + 10x_5 \leq 25$$

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

- ▶ Variáveis de decisão?

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{se o investimento } i \text{ for escolhido,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad i = 1, \dots, 5.$$

- ▶ Restrições?

$$\text{Ano 1: } 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 \leq 25$$

$$\text{Ano 2: } 1x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 + 6x_5 \leq 25$$

$$\text{Ano 3: } 8x_1 + 10x_2 + 2x_3 + 1x_4 + 10x_5 \leq 25$$

- ▶ Função objetivo?

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

- ▶ Variáveis de decisão?

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{se o investimento } i \text{ for escolhido,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad i = 1, \dots, 5.$$

- ▶ Restrições?

$$\text{Ano 1: } 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 \leq 25$$

$$\text{Ano 2: } 1x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 + 6x_5 \leq 25$$

$$\text{Ano 3: } 8x_1 + 10x_2 + 2x_3 + 1x_4 + 10x_5 \leq 25$$

- ▶ Função objetivo?

$$\text{Maximizar } 20x_1 + 40x_2 + 20x_3 + 15x_4 + 30x_5$$

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

$$\max f(x) = 20x_1 + 40x_2 + 20x_3 + 15x_4 + 30x_5$$

$$\text{s.a} \quad 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 \leq 25$$

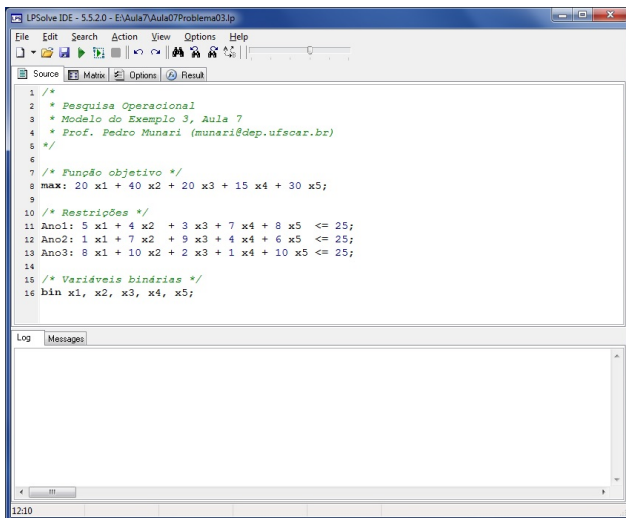
$$1x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 + 6x_5 \leq 25$$

$$8x_1 + 10x_2 + 2x_3 + 1x_4 + 10x_5 \leq 25$$

$$x_1, \dots, x_5 \in \{0, 1\}$$

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício



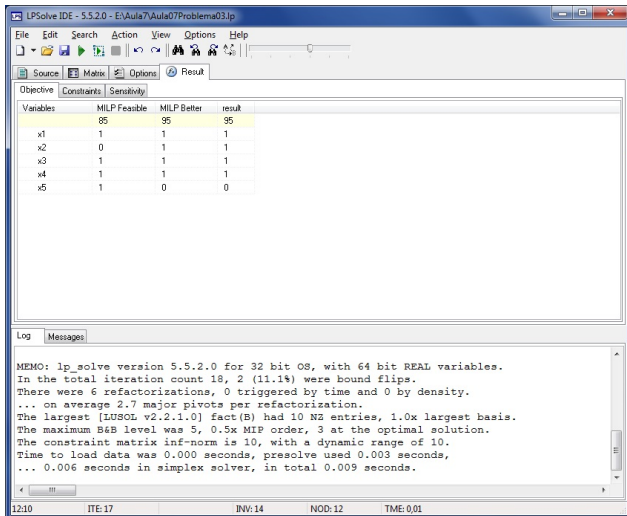
```
1 /*
2  * Pesquisa Operacional
3  * Modelo do Exemplo 3, Aula 7
4  * Prof. Pedro Munari (munari@dep.ufscar.br)
5  */
6
7 /* Função objetivo */
8 max: 20 x1 + 40 x2 + 20 x3 + 15 x4 + 30 x5;
9
10 /* Restrições */
11 Ano1: 5 x1 + 4 x2 + 3 x3 + 7 x4 + 8 x5 <= 25;
12 Ano2: 1 x1 + 7 x2 + 9 x3 + 4 x4 + 6 x5 <= 25;
13 Ano3: 8 x1 + 10 x2 + 2 x3 + 1 x4 + 10 x5 <= 25;
14
15 /* Variáveis binárias */
16 bin x1, x2, x3, x4, x5;
```

Log Messages

12:10

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício



LPsolve IDE - 5.5.2.0 - E:\Aula7\Aula07Problema03.lp

File Edit Search Action View Options Help

Source Matrix Options Result

Objective Constraints Sensitivity

Variables	MILP Feasible	MILP Better	result
	85	95	95
x1	1	1	1
x2	0	1	1
x3	1	1	1
x4	1	1	1
x5	1	0	0

Log Messages

```
MEMO: lp_solve version 5.5.2.0 for 32 bit OS, with 64 bit REAL variables.
In the total iteration count 18, 2 (11.1%) were bound flips.
There were 6 refactorizations, 0 triggered by time and 0 by density.
... on average 2.7 major pivots per refactorization.
The largest [LUSOL v2.2.1.0] fact(B) had 10 NZ entries, 1.0x largest basis.
The maximum B&B level was 5, 0.5x MIP order, 3 at the optimal solution.
The constraint matrix inf-norm is 10, with a dynamic range of 10.
Time to load data was 0.000 seconds, presolve used 0.003 seconds,
... 0.006 seconds in simplex solver, in total 0.009 seconds.
```

12:10 ITE:17 INV:14 NOD:12 TME:0,01

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

O que mudaria com as seguintes exigências?

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

O que mudaria com as seguintes exigências?

- (a) Não se pode selecionar mais do que três projetos.

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

O que mudaria com as seguintes exigências?

- (a) Não se pode selecionar mais do que três projetos.
- (b) O projeto 3 deve ser selecionado se o projeto 2 for.

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

O que mudaria com as seguintes exigências?

- (a) Não se pode selecionar mais do que três projetos.
- (b) O projeto 3 deve ser selecionado se o projeto 2 for.
- (c) O projeto 3 não pode ser selecionado se o projeto 4 for.

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

O que mudaria com as seguintes exigências?

- (a) Não se pode selecionar mais do que três projetos.
- (b) O projeto 3 deve ser selecionado se o projeto 2 for.
- (c) O projeto 3 não pode ser selecionado se o projeto 4 for.
- (d) O projeto 5 deve ser selecionado se o projeto 1 ou o 3 forem.

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

O que mudaria com as seguintes exigências?

- (a) Não se pode selecionar mais do que três projetos.
- (b) O projeto 3 deve ser selecionado se o projeto 2 for.
- (c) O projeto 3 não pode ser selecionado se o projeto 4 for.
- (d) O projeto 5 deve ser selecionado se o projeto 1 ou o 3 forem.
- (e) O projeto 5 deve ser selecionado se o projeto 1 e o 3 forem.

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

O que mudaria com as seguintes exigências?

- (a) Não se pode selecionar mais do que três projetos.

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

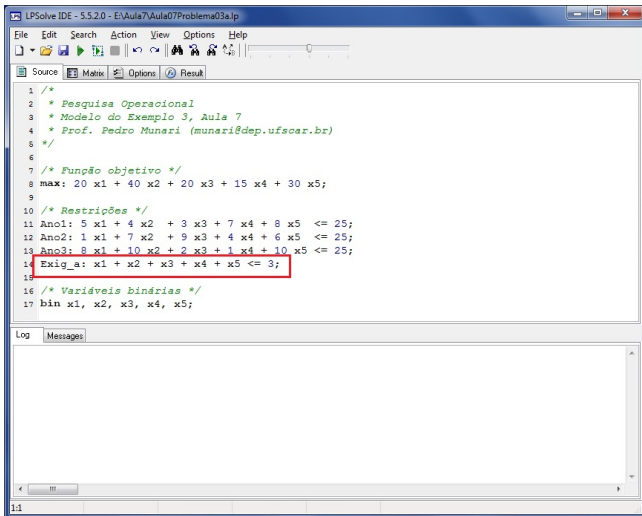
O que mudaria com as seguintes exigências?

(a) Não se pode selecionar mais do que três projetos.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 3$$

Programação inteira: Modelagem

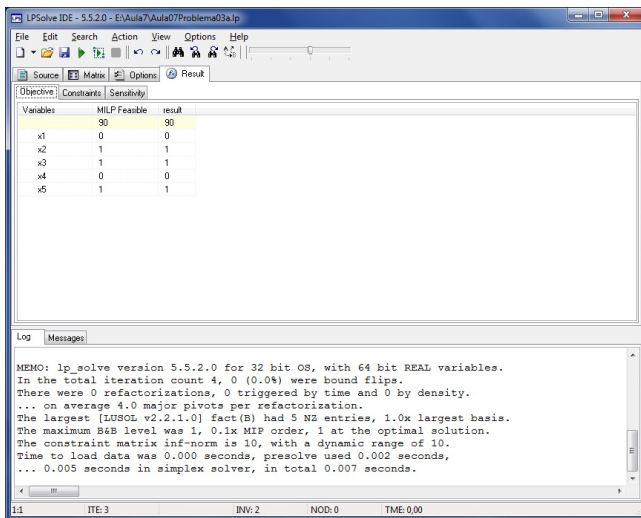
▷ Exercício



```
LPSolve IDE - 5.5.2.0 - E:\Aula7\Aula07\Problema03a.lp
File Edit Search Action View Options Help
Source Matrix Options Result
1 /*
2  * Pesquisa Operacional
3  * Modelo do Exemplo 3, Aula 7
4  * Prof. Pedro Munari (munari@dep.ufscar.br)
5  */
6
7 /* Função objetivo */
8 max: 20 x1 + 40 x2 + 20 x3 + 15 x4 + 30 x5;
9
10 /* Restrições */
11 Ano1: 5 x1 + 4 x2 + 3 x3 + 7 x4 + 8 x5 <= 25;
12 Ano2: 1 x1 + 7 x2 + 9 x3 + 4 x4 + 6 x5 <= 25;
13 Ano3: 8 x1 + 10 x2 + 2 x3 + 1 x4 + 10 x5 <= 25;
14 Exig_a: x1 + x2 + x3 + x4 + x5 <= 3;
15
16 /* Variáveis binárias */
17 bin x1, x2, x3, x4, x5;
Log Messages
1:1
```

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício



The screenshot shows the LPsolve IDE interface. The main window displays the 'Result' tab with a table of variables and their values. Below the table is a 'Log' window showing the solver's output.

Variables	MILP Feasible	result
	90	90
x1	0	0
x2	1	1
x3	1	1
x4	0	0
x5	1	1

```
MEMO: lp_solve version 5.5.2.0 for 32 bit OS, with 64 bit REAL variables.
In the total iteration count 4, 0 (0.0%) were bound flips.
There were 0 refactorizations, 0 triggered by time and 0 by density.
... on average 4.0 major pivots per refactorization.
The largest [LUSOL v2.2.1.0] fact(B) had 5 NZ entries, 1.0x largest basis.
The maximum B&B level was 1, 0.1x MIP order, 1 at the optimal solution.
The constraint matrix inf-norm is 10, with a dynamic range of 10.
Time to load data was 0.000 seconds, presolve used 0.002 seconds,
... 0.005 seconds in simplex solver, in total 0.007 seconds.
```

1:1 ITE:3 INV:2 NOD:0 TME:0,00

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

O que mudaria com as seguintes exigências?

- (a) Não se pode selecionar mais do que três projetos.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 3$$

- (b) O projeto 3 deve ser selecionado se o projeto 2 for.

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

O que mudaria com as seguintes exigências?

- (a) Não se pode selecionar mais do que três projetos.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 3$$

- (b) O projeto 3 deve ser selecionado se o projeto 2 for.

$$x_2 \leq x_3$$

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

O que mudaria com as seguintes exigências?

- (a) Não se pode selecionar mais do que três projetos.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 3$$

- (b) O projeto 3 deve ser selecionado se o projeto 2 for.

$$x_2 \leq x_3$$

- (c) O projeto 3 não pode ser selecionado se o projeto 4 for.

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

O que mudaria com as seguintes exigências?

- (a) Não se pode selecionar mais do que três projetos.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 3$$

- (b) O projeto 3 deve ser selecionado se o projeto 2 for.

$$x_2 \leq x_3$$

- (c) O projeto 3 não pode ser selecionado se o projeto 4 for.

$$x_3 + x_4 \leq 1$$

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

O que mudaria com as seguintes exigências?

- (a) Não se pode selecionar mais do que três projetos.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 3$$

- (b) O projeto 3 deve ser selecionado se o projeto 2 for.

$$x_2 \leq x_3$$

- (c) O projeto 3 não pode ser selecionado se o projeto 4 for.

$$x_3 + x_4 \leq 1$$

- (d) O projeto 5 deve ser selecionado se o projeto 1 ou o 3 forem.

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

O que mudaria com as seguintes exigências?

- (a) Não se pode selecionar mais do que três projetos.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 3$$

- (b) O projeto 3 deve ser selecionado se o projeto 2 for.

$$x_2 \leq x_3$$

- (c) O projeto 3 não pode ser selecionado se o projeto 4 for.

$$x_3 + x_4 \leq 1$$

- (d) O projeto 5 deve ser selecionado se o projeto 1 ou o 3 forem.

$$x_1 \leq x_5$$

$$x_3 \leq x_5$$

- (e) O projeto 5 deve ser selecionado se o projeto 1 e o 3 forem.

Programação inteira: Modelagem

▷ Exercício

O que mudaria com as seguintes exigências?

- (a) Não se pode selecionar mais do que três projetos.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 3$$

- (b) O projeto 3 deve ser selecionado se o projeto 2 for.

$$x_2 \leq x_3$$

- (c) O projeto 3 não pode ser selecionado se o projeto 4 for.

$$x_3 + x_4 \leq 1$$

- (d) O projeto 5 deve ser selecionado se o projeto 1 ou o 3 forem.

$$x_1 \leq x_5$$

$$x_3 \leq x_5$$

- (e) O projeto 5 deve ser selecionado se o projeto 1 e o 3 forem.

$$x_1 + x_3 \leq x_5 + 1$$

- ▶ Obrigado pela atenção!
- ▶ Dúvidas?