



Universidade Federal de São Carlos
Departamento de Engenharia de Produção



Otimização Linear Contínua e Discreta (Tópicos Avançados em PCSP)

PPGEP, UFSCar - Semestre 01/2022
Prof. Dr. Pedro Munari (munari@dep.ufscar.br)

Tópico 7.3: Método *Branch-and-Bound*: Exercícios Resolvidos

Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

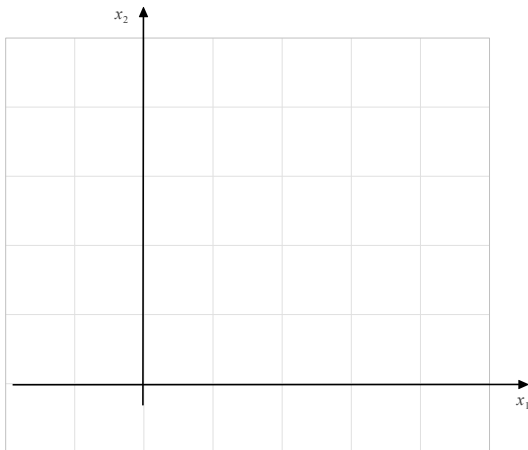
Lista 7, Exercício 4: Determine uma solução ótima e o valor ótimo do modelo abaixo usando o método *branch-and-bound* (busca em *profundidade* e ramificação na variável mais fracionária). Use o método gráfico para resolver as relaxações lineares de cada um dos nós.

$$\begin{aligned} \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\ & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+ \end{aligned}$$

Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

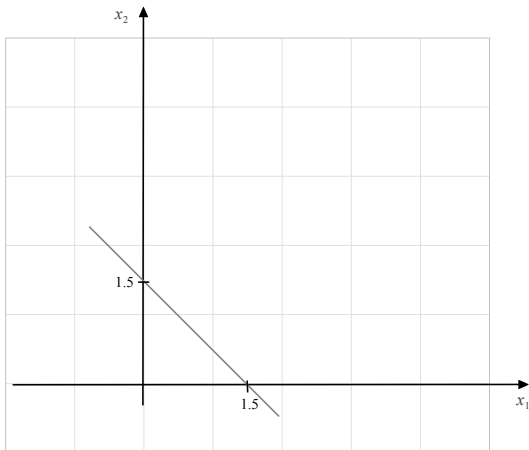
$$\begin{aligned} \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\ & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+ \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

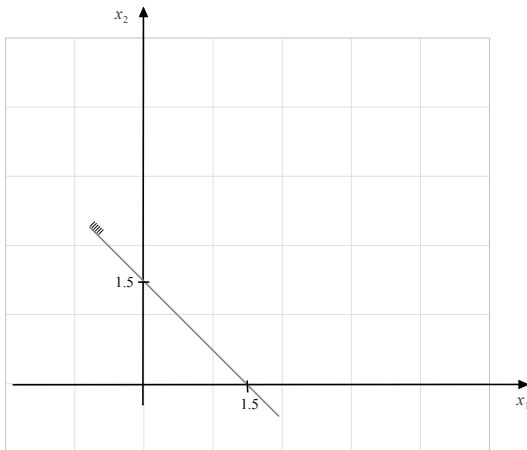
$$\begin{aligned}
 \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

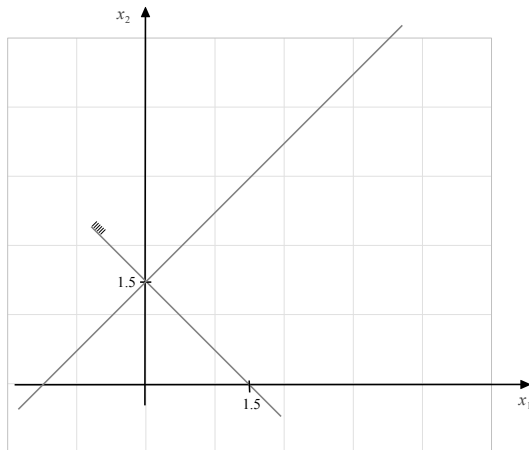
$$\begin{aligned} \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\ & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+ \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

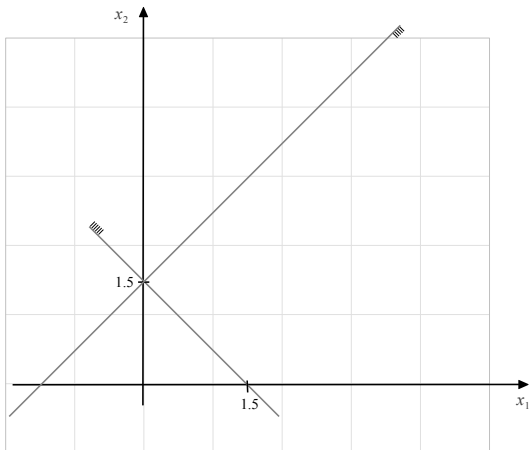
$$\begin{aligned}
 \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

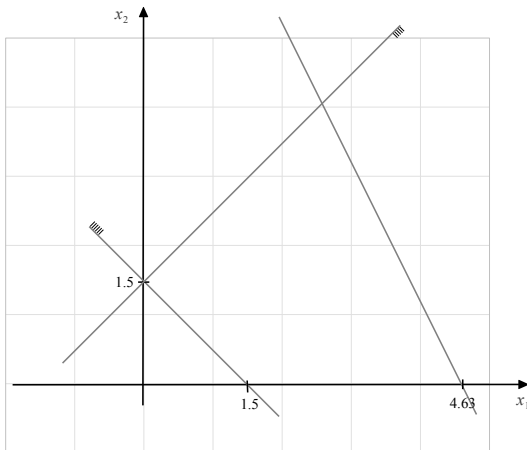
$$\begin{aligned}
 \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

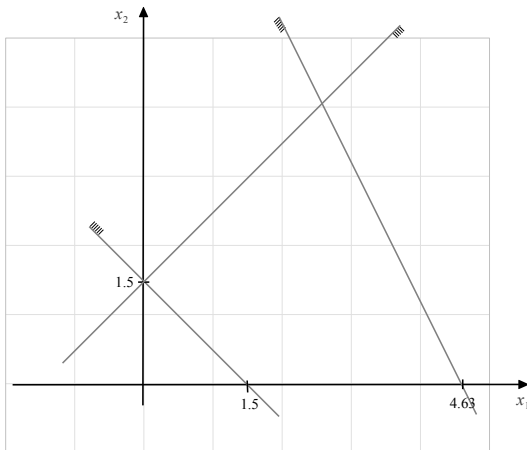
$$\begin{aligned}
 \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

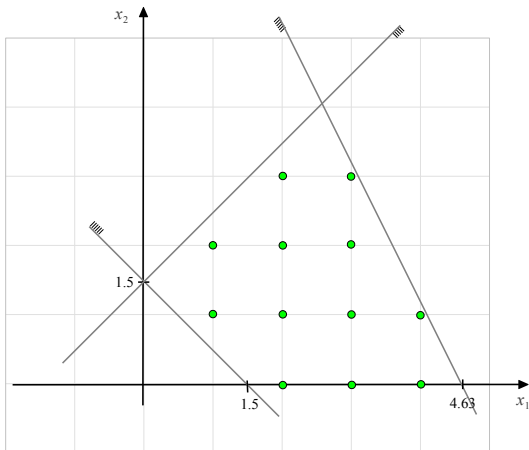
$$\begin{aligned}
 \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

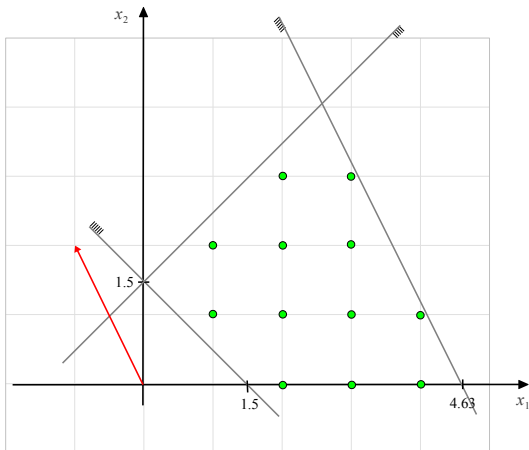
$$\begin{aligned}
 \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

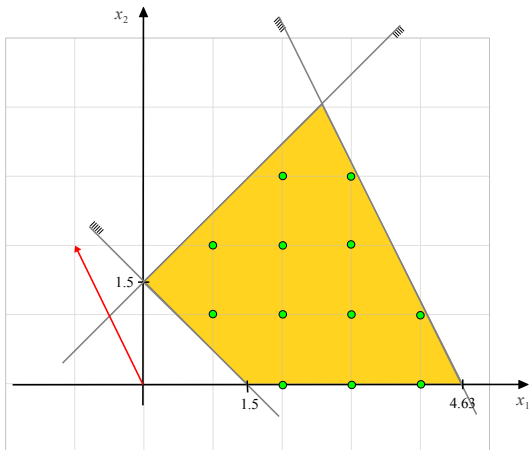
$$\begin{aligned}
 \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

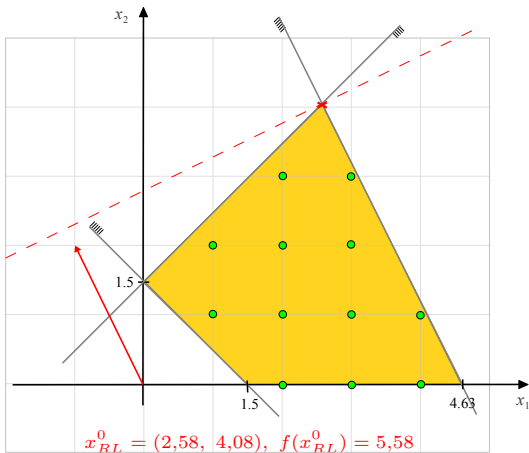
$$\begin{aligned}
 (S^0) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

$$\begin{aligned}
 (S^0) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

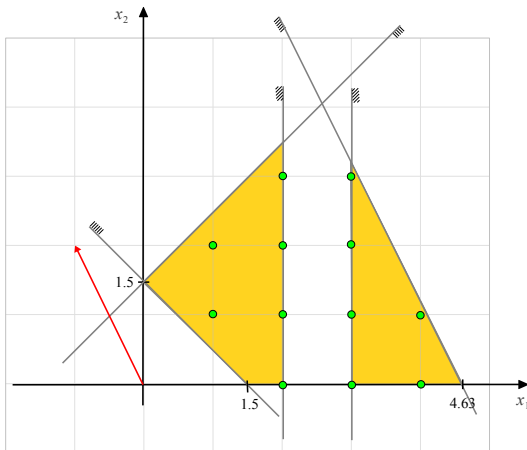


Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

$$\begin{aligned}
 (S^1) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \leq 2 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

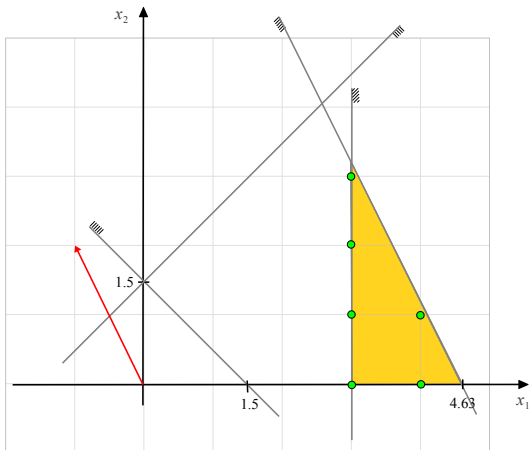
$$\begin{aligned}
 (S^2) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \geq 3 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

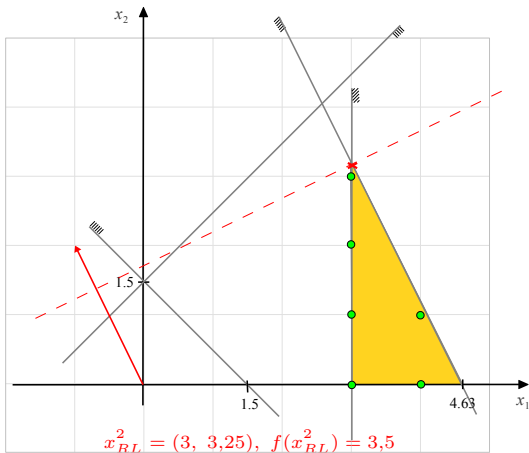
$$\begin{aligned}
 (S^2) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \geq 3 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

$$\begin{aligned}
 (S^2) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \geq 3 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

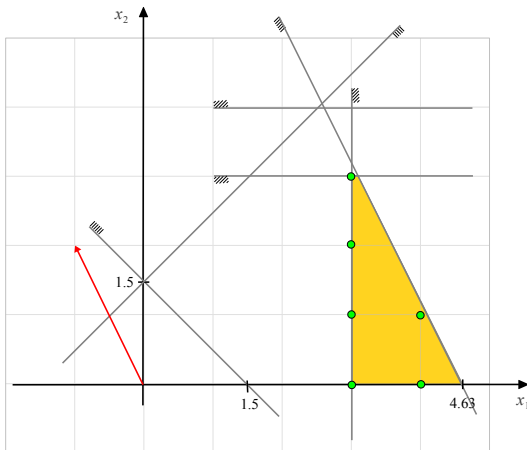


Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

$$\begin{aligned}
 (S^3) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \geq 3, x_2 \leq 3 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

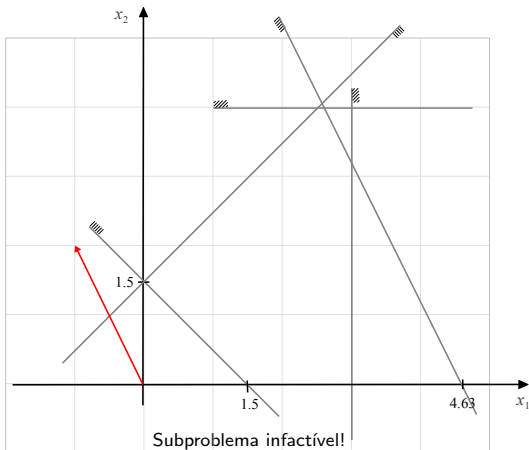
$$\begin{aligned}
 (S^4) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \geq 3, x_2 \geq 4 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

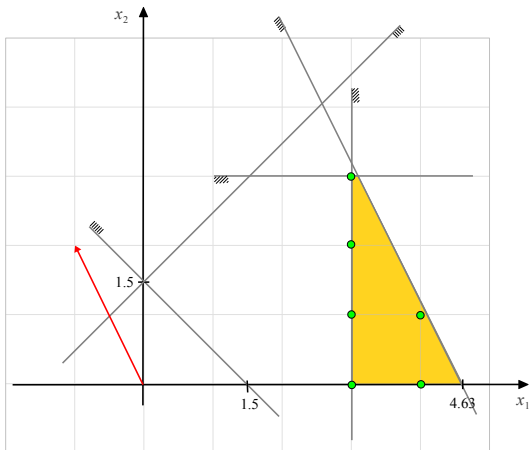
$$\begin{aligned}
 (S^4) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \geq 3, x_2 \geq 4 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

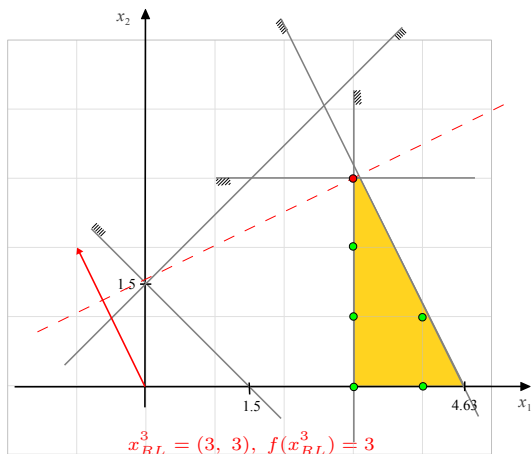
$$\begin{aligned}
 (S^3) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \geq 3, x_2 \leq 3 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

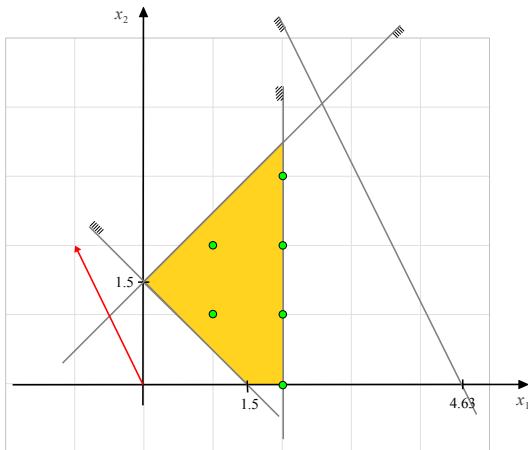
$$\begin{aligned}
 (S^3) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \geq 3, x_2 \leq 3 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

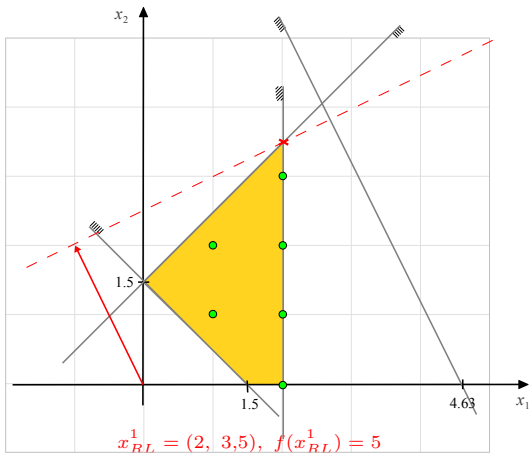
$$\begin{aligned}
 (S^1) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \leq 2 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

$$\begin{aligned}
 (S^1) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \leq 2 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

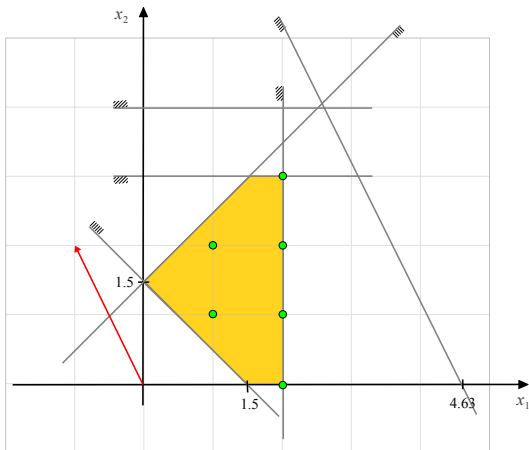


Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

$$\begin{aligned}
 (S^5) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \leq 2, x_2 \leq 3 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

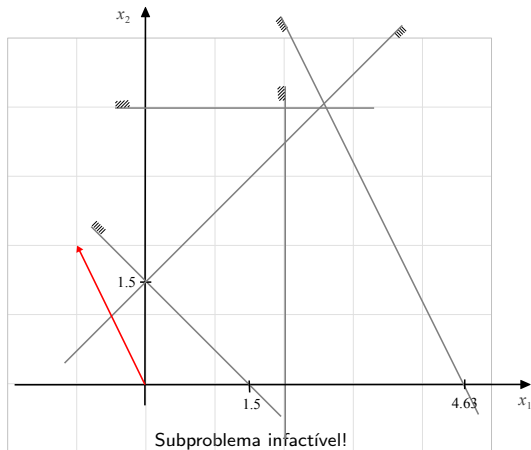
$$\begin{aligned}
 (S^6) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \leq 2, x_2 \geq 4 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

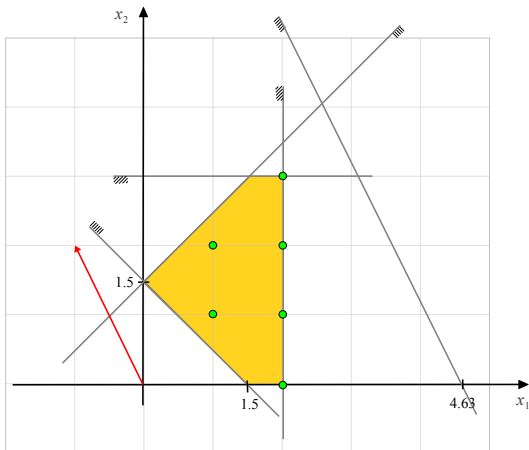
$$\begin{aligned}
 (S^6) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \leq 2, x_2 \geq 4 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

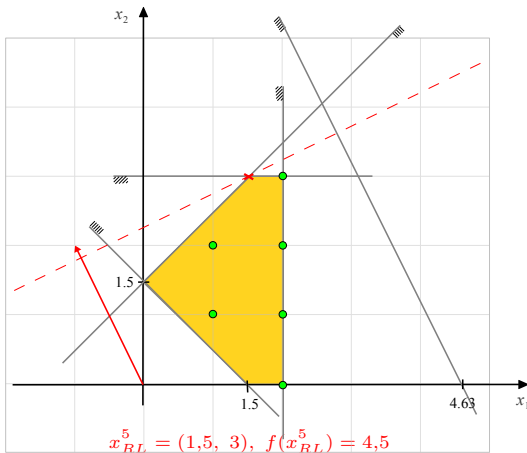
$$\begin{aligned}
 (S^5) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \leq 2, x_2 \leq 3 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

$$\begin{aligned}
 (S^5) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \leq 2, x_2 \leq 3 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

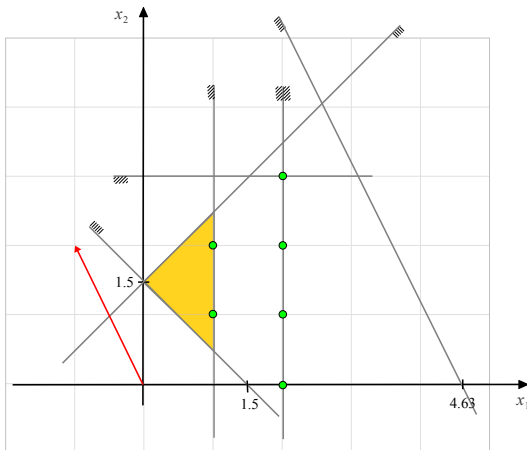


Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

$$\begin{aligned}
 (S^7) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \leq 2, x_2 \leq 3, x_1 \leq 1 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

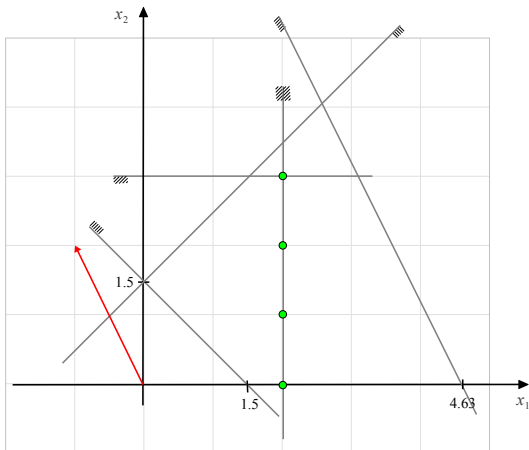
$$\begin{aligned}
 (S^8) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \leq 2, x_2 \leq 3, x_1 \geq 2 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

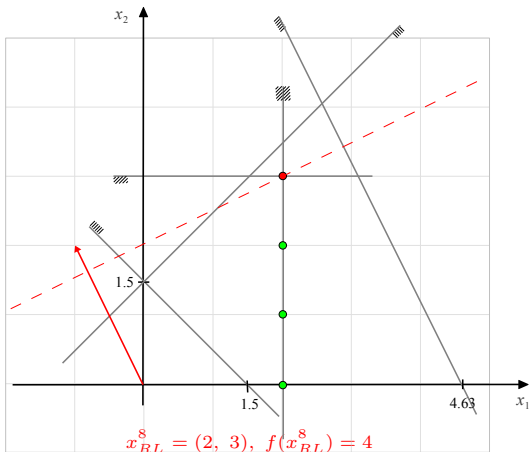
$$\begin{aligned}
 (S^8) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \leq 2, x_2 \leq 3, x_1 \geq 2 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

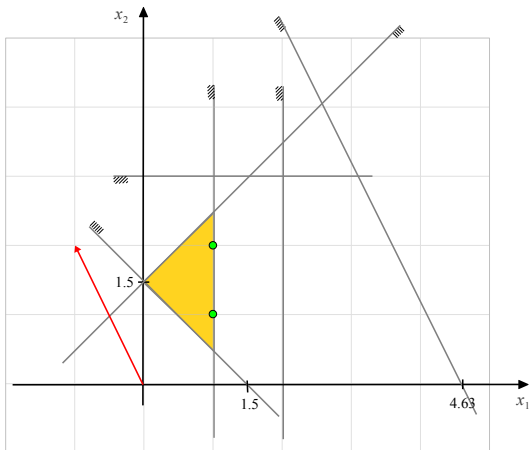
$$\begin{aligned}
 (S^8) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \leq 2, x_2 \leq 3, x_1 \geq 2 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$



Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

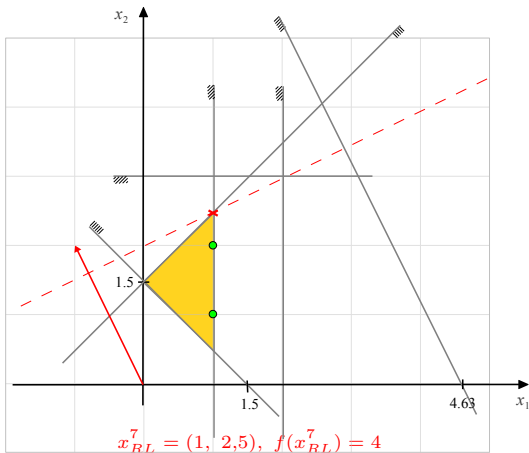
$$\begin{aligned}
 (S^7) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \leq 2, x_2 \leq 3, x_1 \leq 1 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

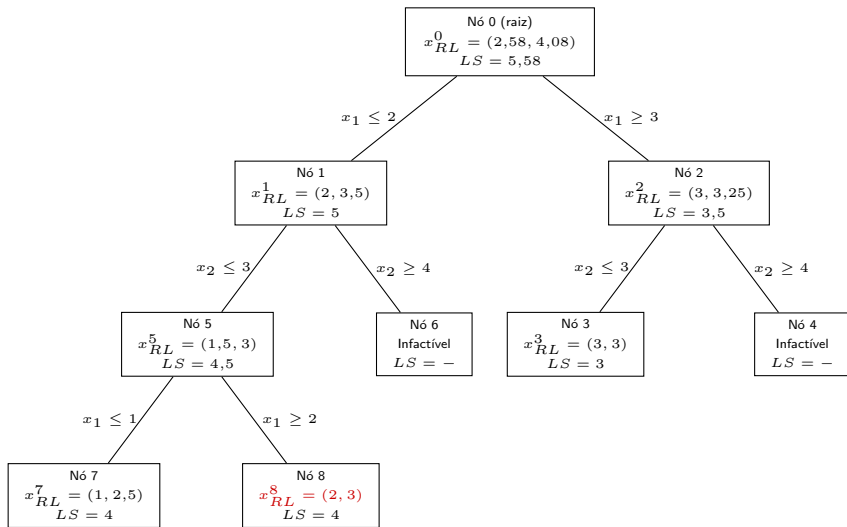


Método *branch-and-bound*

▷ Exercício Resolvido 1

$$\begin{aligned}
 (S^7) \max \quad & f(x_1, x_2) = -x_1 + 2x_2 \\
 \text{s.a} \quad & 2x_1 + 2x_2 \geq 3 \\
 & -2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\
 & 4x_1 + 2x_2 \leq 18,5 \\
 & x_1 \leq 2, x_2 \leq 3, x_1 \leq 1 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$





Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

Lista 7, Exercício 6: Um alpinista deseja escolher quais objetos carregar na mochila a fim de maximizar a sua utilidade. Para cada possível objeto, o alpinista atribuiu uma utilidade (quanto maior, mais útil), mostrada na tabela abaixo juntamente com o peso de cada objeto. Cada objeto é único, podendo ser levado ou não. O peso máximo que o alpinista pode carregar na mochila é 5 kg. Faça um modelo de programação inteira que auxilie o alpinista a decidir quais itens carregar.

Objeto	Utilidade	Peso (g)
Barra de cereal	6	200
Água	9	1000
Jaqueta	7	400
Tênis	3	400
Protetor solar	5	200
Garrafas de oxigênio	10	3000
Bússola	2	100
Máquina fotográfica	6	500

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Problema da Mochila

- ▶ Problemas como este são chamados de **Problema da Mochila**. De forma geral, são modelados como:

$$\begin{aligned} \max \quad & f(x) = \sum_{i=1}^n u_i x_i \\ \text{s.a} \quad & \sum_{i=1}^n p_i x_i \leq b, \\ & x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

- ▶ u_i : utilidade do item i , para $i = 1, \dots, n$;
- ▶ p_i : peso do item i , para $i = 1, \dots, n$;
- ▶ A solução ótima da *relaxação linear* de um problema da mochila pode ser obtida por inspeção.

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

Determine uma solução ótima e o valor ótimo do modelo usando o método *branch-and-bound* com busca em *profundidade* e ramificação na variável mais fracionária. Resolva a relaxação linear de cada um dos nós por **inspeção**.

$$\begin{aligned} \max \quad & f(x) = 6x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 5x_5 + 10x_6 + 2x_7 + 6x_8 \\ \text{s.a} \quad & 0,2x_1 + 1x_2 + 0,4x_3 + 0,4x_4 + 0,2x_5 + 3x_6 + 0,1x_7 + 0,5x_8 \leq 5 \\ & x_1, \dots, x_8 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\begin{aligned} \max \quad & f(x) = 6x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 5x_5 + 10x_6 + 2x_7 + 6x_8 \\ \text{s.a} \quad & 0,2x_1 + 1x_2 + 0,4x_3 + 0,4x_4 + 0,2x_5 + 3x_6 + 0,1x_7 + 0,5x_8 \leq 5 \\ & x_1, \dots, x_8 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Calculamos a utilidade relativa u_i/p_i de cada item i :

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\begin{aligned} \max \quad & f(x) = 6x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 5x_5 + 10x_6 + 2x_7 + 6x_8 \\ \text{s.a} \quad & 0,2x_1 + 1x_2 + 0,4x_3 + 0,4x_4 + 0,2x_5 + 3x_6 + 0,1x_7 + 0,5x_8 \leq 5 \\ & x_1, \dots, x_8 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Calculamos a utilidade relativa u_i/p_i de cada item i :

i	1	2	3	4	5	6	7	8
u_i	6	9	7	3	5	10	2	6
p_i	0,2	1	0,4	0,4	0,2	3	0,1	0,5
$\frac{u_i}{p_i}$	30	9	17,5	7,5	25	3,33	20	12

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\begin{aligned} \max \quad & f(x) = 6x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 5x_5 + 10x_6 + 2x_7 + 6x_8 \\ \text{s.a} \quad & 0,2x_1 + 1x_2 + 0,4x_3 + 0,4x_4 + 0,2x_5 + 3x_6 + 0,1x_7 + 0,5x_8 \leq 5 \\ & x_1, \dots, x_8 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Calculamos a utilidade relativa u_i/p_i de cada item i :

i	1	2	3	4	5	6	7	8
u_i	6	9	7	3	5	10	2	6
p_i	0,2	1	0,4	0,4	0,2	3	0,1	0,5
$\frac{u_i}{p_i}$	30	9	17,5	7,5	25	3,33	20	12

Ordenamos os itens usando a utilidade relativa:

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\begin{aligned} \max \quad & f(x) = 6x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 5x_5 + 10x_6 + 2x_7 + 6x_8 \\ \text{s.a} \quad & 0,2x_1 + 1x_2 + 0,4x_3 + 0,4x_4 + 0,2x_5 + 3x_6 + 0,1x_7 + 0,5x_8 \leq 5 \\ & x_1, \dots, x_8 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Calculamos a utilidade relativa u_i/p_i de cada item i :

i	1	2	3	4	5	6	7	8
u_i	6	9	7	3	5	10	2	6
p_i	0,2	1	0,4	0,4	0,2	3	0,1	0,5
$\frac{u_i}{p_i}$	30	9	17,5	7,5	25	3,33	20	12

Ordenamos os itens usando a utilidade relativa:

$$\Rightarrow \frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_6}{p_6} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_8}{p_6}$$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

Solução da relaxação linear do problema da mochila por inspeção:

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

Solução da relaxação linear do problema da mochila por inspeção:

1. Ordenar os itens em ordem decrescente da utilidade relativa u_i/p_i :

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

Solução da relaxação linear do problema da mochila por inspeção:

1. Ordenar os itens em ordem decrescente da utilidade relativa u_i/p_i :

$$\frac{u_{[1]}}{p_{[1]}} \geq \frac{u_{[2]}}{p_{[2]}} \geq \dots \geq \frac{u_{[n]}}{p_{[n]}}.$$

sendo que $[i]$ indica o item que está na posição i ;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

Solução da relaxação linear do problema da mochila por inspeção:

1. Ordenar os itens em ordem decrescente da utilidade relativa u_i/p_i :

$$\frac{u_{[1]}}{p_{[1]}} \geq \frac{u_{[2]}}{p_{[2]}} \geq \dots \geq \frac{u_{[n]}}{p_{[n]}}.$$

sendo que $[i]$ indica o item que está na posição i ;

2. Na ordem definida, escolher os itens integralmente (fazendo $x_i = 1$) até atingir a capacidade da mochila (sem violá-la);

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

Solução da relaxação linear do problema da mochila por inspeção:

1. Ordenar os itens em ordem decrescente da utilidade relativa u_i/p_i :

$$\frac{u_{[1]}}{p_{[1]}} \geq \frac{u_{[2]}}{p_{[2]}} \geq \dots \geq \frac{u_{[n]}}{p_{[n]}}.$$

sendo que $[i]$ indica o item que está na posição i ;

2. Na ordem definida, escolher os itens integralmente (fazendo $x_i = 1$) até atingir a capacidade da mochila (sem violá-la);
3. Se todos os itens foram escolhidos, solução ótima **inteira** encontrada!

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

Solução da relaxação linear do problema da mochila por inspeção:

1. Ordenar os itens em ordem decrescente da utilidade relativa u_i/p_i :

$$\frac{u_{[1]}}{p_{[1]}} \geq \frac{u_{[2]}}{p_{[2]}} \geq \dots \geq \frac{u_{[n]}}{p_{[n]}}.$$

sendo que $[i]$ indica o item que está na posição i ;

2. Na ordem definida, escolher os itens integralmente (fazendo $x_i = 1$) até atingir a capacidade da mochila (sem violá-la);
3. Se todos os itens foram escolhidos, solução ótima **inteira** encontrada!
4. Senão, a variável do primeiro item que não coube integralmente na mochila deve ser igual à folga na mochila dividida pelo peso deste item.

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

Solução da relaxação linear do problema da mochila por inspeção:

1. Ordenar os itens em ordem decrescente da utilidade relativa u_i/p_i :

$$\frac{u_{[1]}}{p_{[1]}} \geq \frac{u_{[2]}}{p_{[2]}} \geq \dots \geq \frac{u_{[n]}}{p_{[n]}}.$$

sendo que $[i]$ indica o item que está na posição i ;

2. Na ordem definida, escolher os itens integralmente (fazendo $x_i = 1$) até atingir a capacidade da mochila (sem violá-la);
3. Se todos os itens foram escolhidos, solução ótima **inteira** encontrada!
4. Senão, a variável do primeiro item que não coube integralmente na mochila deve ser igual à folga na mochila dividida pelo peso deste item. Ou seja, colocamos uma fração do item, de modo a completar a capacidade da mochila.

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\begin{aligned} \max \quad & f(x) = 6x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 5x_5 + 10x_6 + 2x_7 + 6x_8 \\ \text{s.a} \quad & 0,2x_1 + 1x_2 + 0,4x_3 + 0,4x_4 + 0,2x_5 + 3x_6 + 0,1x_7 + 0,5x_8 \leq 5 \\ & x_1, \dots, x_8 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Utilidade relativa u_i/p_i de cada item i :

i	1	2	3	4	5	6	7	8
u_i	6	9	7	3	5	10	2	6
p_i	0,2	1	0,4	0,4	0,2	3	0,1	0,5
$\frac{u_i}{p_i}$	30	9	17,5	7,5	25	3,33	20	12

Ordem dos itens usando a utilidade relativa:

$$\Rightarrow \frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

- ▶ Fazendo $x_1 = 1$, $x_5 = 1$, $x_7 = 1$, $x_3 = 1$, $x_8 = 1$, $x_2 = 1$, $x_4 = 1$ temos um peso acumulado de 2,8kg (folga = 2,2kg);

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

- ▶ Fazendo $x_1 = 1$, $x_5 = 1$, $x_7 = 1$, $x_3 = 1$, $x_8 = 1$, $x_2 = 1$, $x_4 = 1$ temos um peso acumulado de 2,8kg (folga = 2,2kg);
- ▶ Se colocarmos o próximo item da lista (6), o peso acumulado se tornará 5,8kg, excedendo a capacidade da mochila (5kg);

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

- ▶ Fazendo $x_1 = 1$, $x_5 = 1$, $x_7 = 1$, $x_3 = 1$, $x_8 = 1$, $x_2 = 1$, $x_4 = 1$ temos um peso acumulado de 2,8kg (folga = 2,2kg);
- ▶ Se colocarmos o próximo item da lista (6), o peso acumulado se tornará 5,8kg, excedendo a capacidade da mochila (5kg);
- ▶ Assim, podemos colocar apenas uma fração desse item para completar a capacidade da mochila:

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

- ▶ Fazendo $x_1 = 1, x_5 = 1, x_7 = 1, x_3 = 1, x_8 = 1, x_2 = 1, x_4 = 1$ temos um peso acumulado de 2,8kg (folga = 2,2kg);
- ▶ Se colocarmos o próximo item da lista (6), o peso acumulado se tornará 5,8kg, excedendo a capacidade da mochila (5kg);
- ▶ Assim, podemos colocar apenas uma fração desse item para completar a capacidade da mochila: $x_6 = 2,2/3 = 0,733$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

- ▶ Fazendo $x_1 = 1$, $x_5 = 1$, $x_7 = 1$, $x_3 = 1$, $x_8 = 1$, $x_2 = 1$, $x_4 = 1$ temos um peso acumulado de 2,8kg (folga = 2,2kg);
- ▶ Se colocarmos o próximo item da lista (6), o peso acumulado se tornará 5,8kg, excedendo a capacidade da mochila (5kg);
- ▶ Assim, podemos colocar apenas uma fração desse item para completar a capacidade da mochila: $x_6 = 2,2/3 = 0,733$ (numerador é a folga da mochila; denominador é o peso do item).

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

- ▶ Fazendo $x_1 = 1$, $x_5 = 1$, $x_7 = 1$, $x_3 = 1$, $x_8 = 1$, $x_2 = 1$, $x_4 = 1$ temos um peso acumulado de 2,8kg (folga = 2,2kg);
- ▶ Se colocarmos o próximo item da lista (6), o peso acumulado se tornará 5,8kg, excedendo a capacidade da mochila (5kg);
- ▶ Assim, podemos colocar apenas uma fração desse item para completar a capacidade da mochila: $x_6 = 2,2/3 = 0,733$ (numerador é a folga da mochila; denominador é o peso do item).
- ▶ Portanto, a solução ótima da *relaxação linear* do problema é: $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1$, $x_4 = 1$, $x_5 = 1$, $x_6 = 0,733$, $x_7 = 1$, $x_8 = 1$, com $f(x) = 45,33$.

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

- ▶ O valor ótimo $f(x) = 45,33$ é um limitante para o problema da mochila original!

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

- ▶ O valor ótimo $f(x) = 45,33$ é um limitante para o problema da mochila original!
 - ▶ Por corresponder à solução ótima da relaxação linear, ele é um LS.

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

- ▶ O valor ótimo $f(x) = 45,33$ é um limitante para o problema da mochila original!
 - ▶ Por corresponder à solução ótima da relaxação linear, ele é um LS.
- ▶ Como podemos obter um LI usando a mesma ideia de solução inspeção?

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

- ▶ O valor ótimo $f(x) = 45,33$ é um limitante para o problema da mochila original!
 - ▶ Por corresponder à solução ótima da relaxação linear, ele é um LS.
- ▶ Como podemos obter um LI usando a mesma ideia de solução inspeção?
 - ▶ Aplicamos a solução por inspeção, mas sem fracionar nenhum item;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

- ▶ O valor ótimo $f(x) = 45,33$ é um limitante para o problema da mochila original!
 - ▶ Por corresponder à solução ótima da relaxação linear, ele é um LS.
- ▶ Como podemos obter um LI usando a mesma ideia de solução inspeção?
 - ▶ Aplicamos a solução por inspeção, mas sem fracionar nenhum item; Seguimos os mesmos passos para escolhermos os itens integralmente, na ordem definida. Os que não couberem, não são escolhidos:

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

- ▶ O valor ótimo $f(x) = 45,33$ é um limitante para o problema da mochila original!
 - ▶ Por corresponder à solução ótima da relaxação linear, ele é um LS.
- ▶ Como podemos obter um LI usando a mesma ideia de solução inspeção?
 - ▶ Aplicamos a solução por inspeção, mas sem fracionar nenhum item; Seguimos os mesmos passos para escolhermos os itens integralmente, na ordem definida. Os que não couberem, não são escolhidos:
 $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1, x_5 = 1, x_6 = 0, x_7 = 1, x_8 = 1,$
com $f(x) = 38$ (LI);

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

- ▶ O valor ótimo $f(x) = 45,33$ é um limitante para o problema da mochila original!
 - ▶ Por corresponder à solução ótima da relaxação linear, ele é um LS.
- ▶ Como podemos obter um LI usando a mesma ideia de solução inspeção?
 - ▶ Aplicamos a solução por inspeção, mas sem fracionar nenhum item; Seguimos os mesmos passos para escolhermos os itens integralmente, na ordem definida. Os que não couberem, não são escolhidos:
 $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1, x_4 = 1, x_5 = 1, x_6 = 0, x_7 = 1, x_8 = 1,$
com $f(x) = 38$ (LI);
- ▶ Essa resolução por inspeção permite resolvermos facilmente as relaxações lineares de cada nó do método *branch-and-bound*.

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 0 (S^0)

Solução ótima da relaxação linear:

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 0 (S^0)

Solução ótima da relaxação linear:

▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8, x_2, x_4 = 1$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 0 (S^0)

Solução ótima da relaxação linear:

▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8, x_2, x_4 = 1 \Rightarrow 2,8 \text{ kg};$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 0 (S^0)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8, x_2, x_4 = 1 \Rightarrow 2,8 \text{ kg};$
- ▶ $x_6 = (5 - 2,8)/3 = 0,733;$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 0 (S^0)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8, x_2, x_4 = 1 \Rightarrow 2,8 \text{ kg};$
- ▶ $x_6 = (5 - 2,8)/3 = 0,733;$
- ▶ $f(x) = 45,33.$

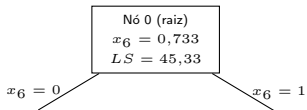
▷ $x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{0\}$

Nó 0 (raiz)

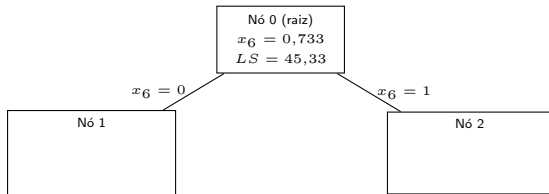
▷ $x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{0\}$

Nó 0 (raiz)
$x_6 = 0,733$
$LS = 45,33$

▷ $x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{0\}$



▷ $x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{\emptyset, 1, 2\}$



Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 2 ($S^2 = S^0 \cap \{x_6 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 2 ($S^2 = S^0 \cap \{x_6 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 2 ($S^2 = S^0 \cap \{x_6 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1 \Rightarrow 5 - 3 = 2\text{kg}$ restantes;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 2 ($S^2 = S^0 \cap \{x_6 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1 \Rightarrow 5 - 3 = 2\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8 = 1$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 2 ($S^2 = S^0 \cap \{x_6 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1 \Rightarrow 5 - 3 = 2\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8 = 1 \Rightarrow 1,4 \text{ kg}$;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 2 ($S^2 = S^0 \cap \{x_6 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1 \Rightarrow 5 - 3 = 2\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8 = 1 \Rightarrow 1,4 \text{ kg}$;
- ▶ $x_2 = (2 - 1,4)/1 = 0,6$;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 2 ($S^2 = S^0 \cap \{x_6 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1 \Rightarrow 5 - 3 = 2\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8 = 1 \Rightarrow 1,4 \text{ kg}$;
- ▶ $x_2 = (2 - 1,4)/1 = 0,6$;
- ▶ $x_4 = 0$;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

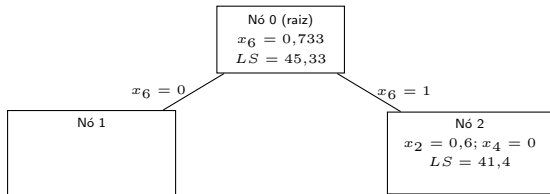
$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 2 ($S^2 = S^0 \cap \{x_6 = 1\}$)

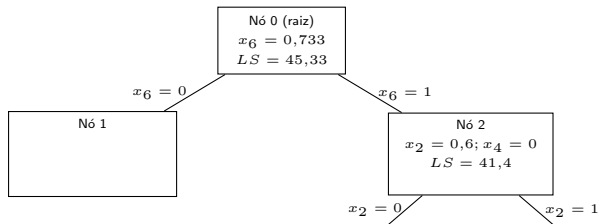
Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1 \Rightarrow 5 - 3 = 2\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8 = 1 \Rightarrow 1,4 \text{ kg}$;
- ▶ $x_2 = (2 - 1,4)/1 = 0,6$;
- ▶ $x_4 = 0$;
- ▶ $f(x) = 41,4$.

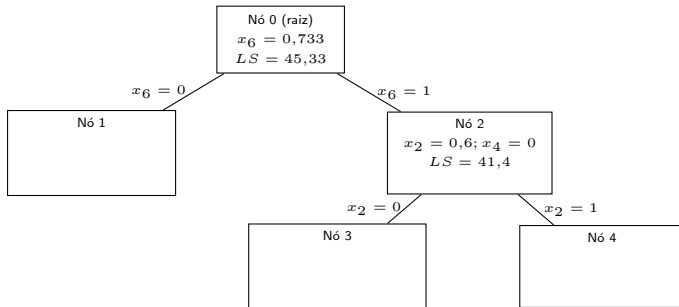
$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{\emptyset, 1, 2\}$



$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{\emptyset, 1, 2\}$



$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{\emptyset, 1, \cancel{2}, 3, 4\}$



Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 4 ($S^4 = S^2 \cap \{x_2 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 4 ($S^4 = S^2 \cap \{x_2 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$ e $x_2 = 1$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 4 ($S^4 = S^2 \cap \{x_2 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$ e $x_2 = 1 \Rightarrow 5 - 3 - 1 = 1\text{kg}$ restantes;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 4 ($S^4 = S^2 \cap \{x_2 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$ e $x_2 = 1 \Rightarrow 5 - 3 - 1 = 1$ kg restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3 = 1$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 4 ($S^4 = S^2 \cap \{x_2 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$ e $x_2 = 1 \Rightarrow 5 - 3 - 1 = 1$ kg restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3 = 1 \Rightarrow 0,9$ kg;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 4 ($S^4 = S^2 \cap \{x_2 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$ e $x_2 = 1 \Rightarrow 5 - 3 - 1 = 1$ kg restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3 = 1 \Rightarrow 0,9$ kg;
- ▶ $x_8 = (1 - 0,9)/0,5 = 0,2$;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 4 ($S^4 = S^2 \cap \{x_2 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$ e $x_2 = 1 \Rightarrow 5 - 3 - 1 = 1$ kg restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3 = 1 \Rightarrow 0,9$ kg;
- ▶ $x_8 = (1 - 0,9)/0,5 = 0,2$;
- ▶ $x_4 = 0$;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

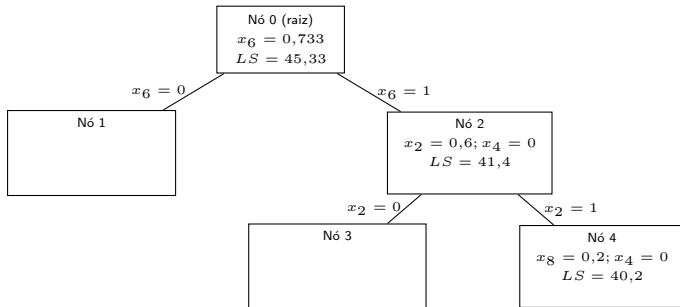
$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 4 ($S^4 = S^2 \cap \{x_2 = 1\}$)

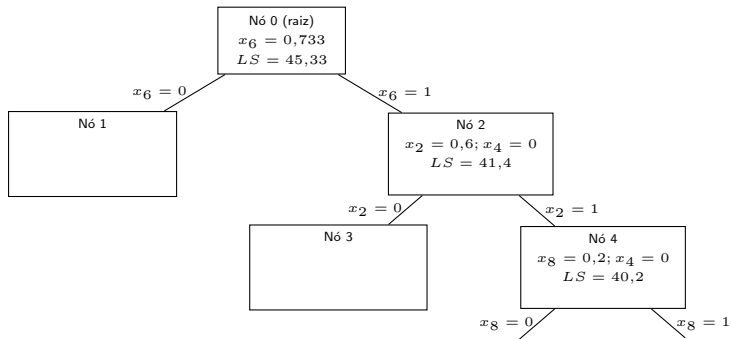
Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$ e $x_2 = 1 \Rightarrow 5 - 3 - 1 = 1$ kg restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3 = 1 \Rightarrow 0,9$ kg;
- ▶ $x_8 = (1 - 0,9)/0,5 = 0,2$;
- ▶ $x_4 = 0$;
- ▶ $f(x) = 40,2$.

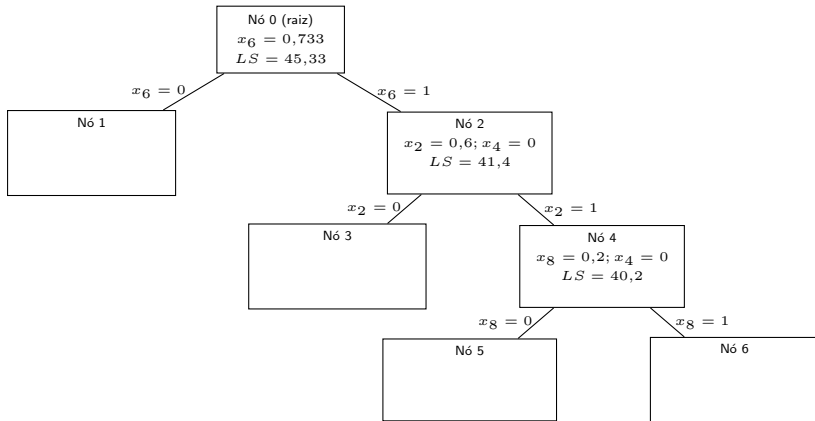
$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{\emptyset, 1, 2, 3, 4\}$



$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{\emptyset, 1, 2, 3, 4\}$



$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{\emptyset, 1, \cancel{2}, 3, \cancel{4}, 5, 6\}$



Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 6 ($S^6 = S^4 \cap \{x_8 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 6 ($S^6 = S^4 \cap \{x_8 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_8 = 1$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 6 ($S^6 = S^4 \cap \{x_8 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_8 = 1$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 - 0,5 = 0,5\text{kg}$ restantes;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 6 ($S^6 = S^4 \cap \{x_8 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_8 = 1$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 - 0,5 = 0,5\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7 = 1$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 6 ($S^6 = S^4 \cap \{x_8 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_8 = 1$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 - 0,5 = 0,5\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7 = 1 \Rightarrow 0,5\text{kg}$;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 6 ($S^6 = S^4 \cap \{x_8 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_8 = 1$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 - 0,5 = 0,5\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7 = 1 \Rightarrow 0,5\text{kg}$;
- ▶ Nenhuma folga restante!

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 6 ($S^6 = S^4 \cap \{x_8 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_8 = 1$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 - 0,5 = 0,5\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7 = 1 \Rightarrow 0,5\text{kg}$;
- ▶ Nenhuma folga restante!
- ▶ $x_3, x_4 = 0$;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 6 ($S^6 = S^4 \cap \{x_8 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_8 = 1$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 - 0,5 = 0,5\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7 = 1 \Rightarrow 0,5\text{kg}$;
- ▶ Nenhuma folga restante!
- ▶ $x_3, x_4 = 0$;
- ▶ Solução inteira!

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

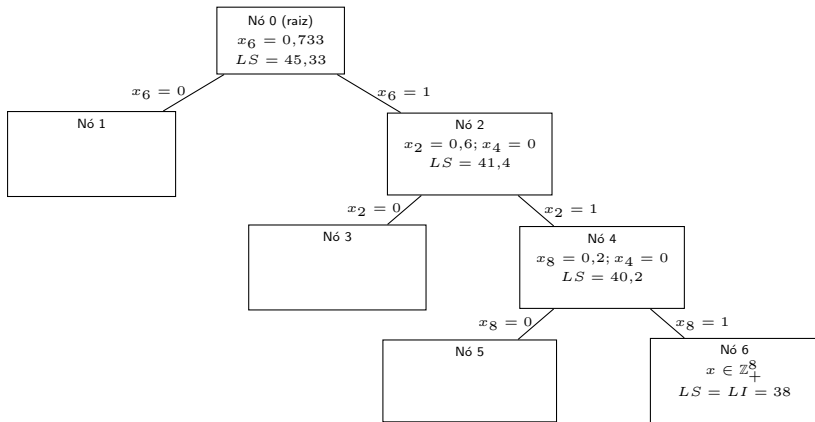
$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 6 ($S^6 = S^4 \cap \{x_8 = 1\}$)

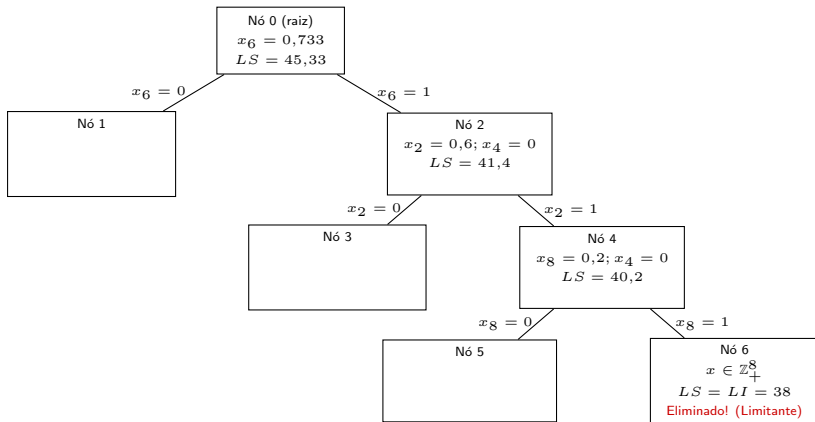
Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_8 = 1$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 - 0,5 = 0,5\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7 = 1 \Rightarrow 0,5\text{kg}$;
- ▶ Nenhuma folga restante!
- ▶ $x_3, x_4 = 0$;
- ▶ Solução inteira!
- ▶ $f(x) = 38$.

$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{\emptyset, 1, \cancel{2}, 3, \cancel{4}, 5, 6\}$



$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{\emptyset, 1, \cancel{2}, 3, \cancel{4}, 5, \cancel{6}\}$



Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 5 ($S^5 = S^4 \cap \{x_8 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 5 ($S^5 = S^4 \cap \{x_8 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_8 = 0$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 5 ($S^5 = S^4 \cap \{x_8 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_8 = 0$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 = 1\text{kg}$ restantes;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 5 ($S^5 = S^4 \cap \{x_8 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_8 = 0$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 = 1\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3 = 1$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 5 ($S^5 = S^4 \cap \{x_8 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_8 = 0$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 = 1\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3 = 1 \Rightarrow 0,9\text{kg}$;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 5 ($S^5 = S^4 \cap \{x_8 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_8 = 0$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 = 1\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3 = 1 \Rightarrow 0,9\text{kg}$;
- ▶ $x_4 = (1 - 0,9)/0,4 = 0,25$;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

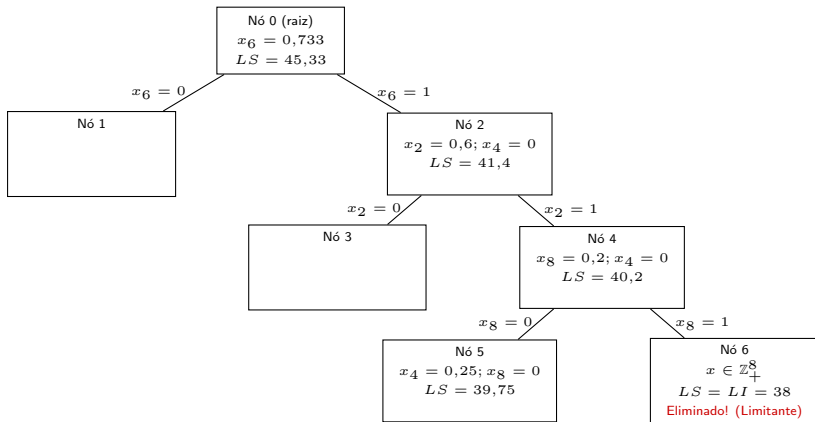
$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 5 ($S^5 = S^4 \cap \{x_8 = 0\}$)

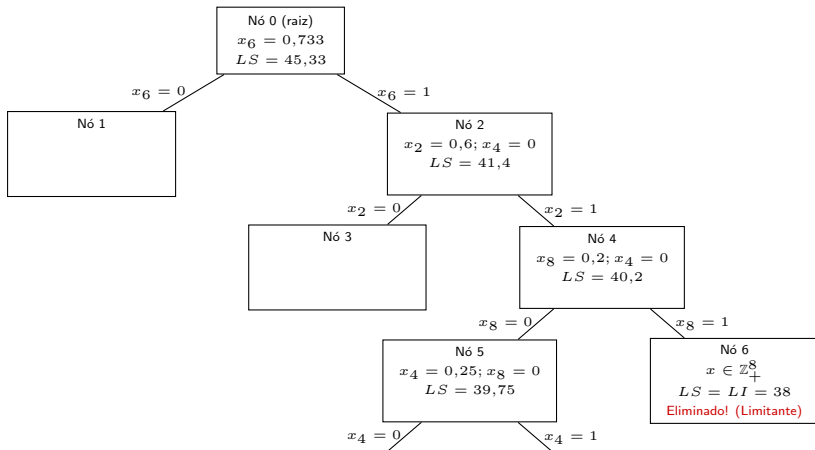
Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_8 = 0$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 = 1\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3 = 1 \Rightarrow 0,9\text{kg}$;
- ▶ $x_4 = (1 - 0,9)/0,4 = 0,25$;
- ▶ $f(x) = 39,75$.

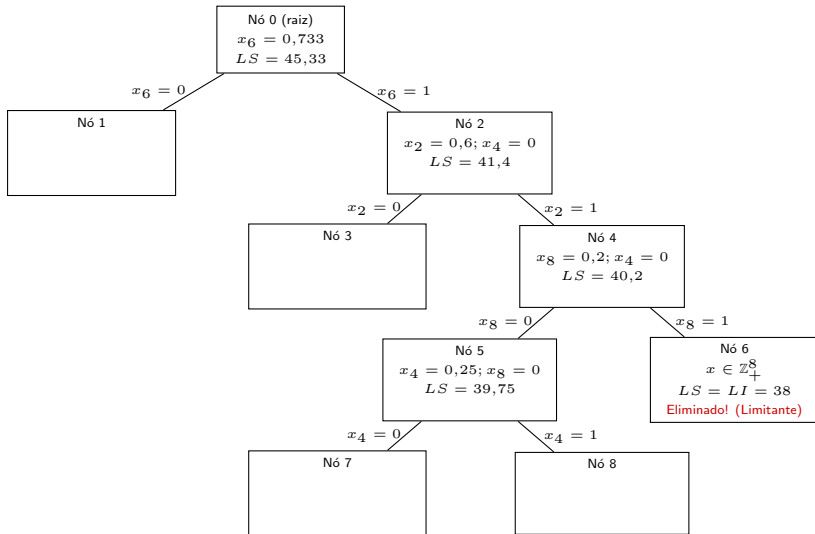
$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{\emptyset, 1, \cancel{2}, 3, \cancel{4}, 5, \cancel{6}\}$



$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{\emptyset, 1, \cancel{2}, 3, \cancel{4}, 5, \cancel{6}\}$



$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{\emptyset, 1, \cancel{2}, 3, \cancel{4}, \cancel{5}, \cancel{6}, 7, 8\}$



Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 8 ($S^8 = S^5 \cap \{x_4 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 8 ($S^8 = S^5 \cap \{x_4 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_4 = 1$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 8 ($S^8 = S^5 \cap \{x_4 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_4 = 1$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 - 0,4 = 0,6\text{kg}$ restantes;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 8 ($S^8 = S^5 \cap \{x_4 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_4 = 1$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 - 0,4 = 0,6\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7 = 1$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 8 ($S^8 = S^5 \cap \{x_4 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_4 = 1$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 - 0,4 = 0,6\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7 = 1 \Rightarrow 0,5\text{kg}$;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 8 ($S^8 = S^5 \cap \{x_4 = 1\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_4 = 1$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 - 0,4 = 0,6\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7 = 1 \Rightarrow 0,5\text{kg}$;
- ▶ $x_3 = (0,6 - 0,5)/0,4 = 0,25$;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

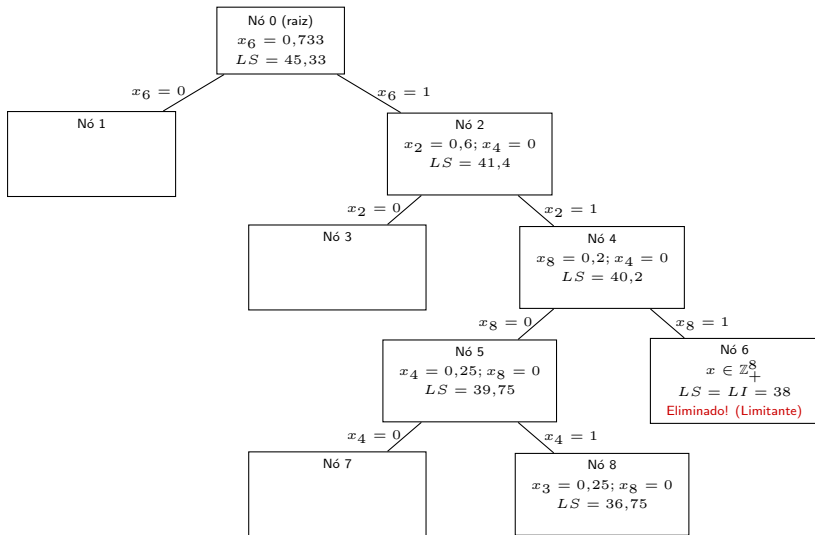
$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 8 ($S^8 = S^5 \cap \{x_4 = 1\}$)

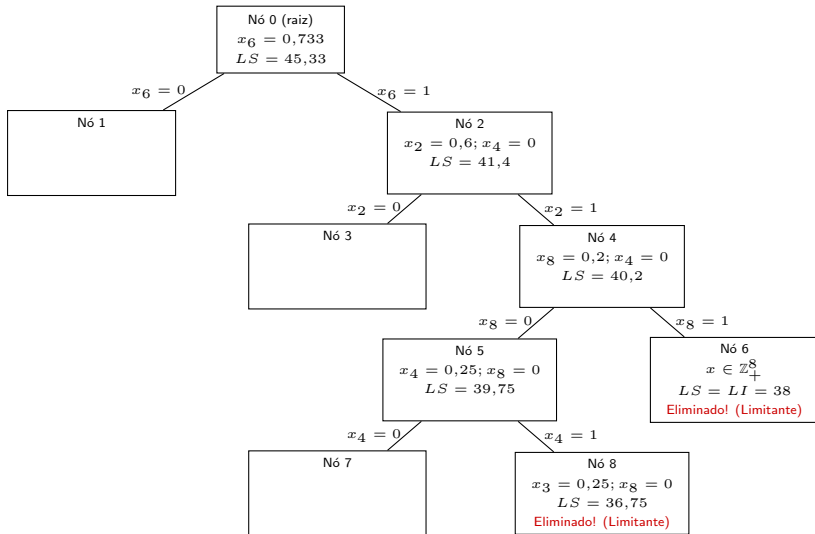
Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_4 = 1$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 - 0,4 = 0,6\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7 = 1 \Rightarrow 0,5\text{kg}$;
- ▶ $x_3 = (0,6 - 0,5)/0,4 = 0,25$;
- ▶ $f(x) = 36,75$.

$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{\emptyset, 1, \cancel{2}, 3, \cancel{4}, \cancel{5}, \cancel{6}, 7, 8\}$



▷ $x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{\emptyset, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$



Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 7 ($S^7 = S^5 \cap \{x_4 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 7 ($S^7 = S^5 \cap \{x_4 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$, $x_8 = 0$ e $x_4 = 0$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 7 ($S^7 = S^5 \cap \{x_4 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$, $x_8 = 0$ e $x_4 = 0$
⇒ $5 - 3 - 1 = 1\text{kg}$ restantes;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 7 ($S^7 = S^5 \cap \{x_4 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$, $x_8 = 0$ e $x_4 = 0$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 = 1\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3 = 1$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 7 ($S^7 = S^5 \cap \{x_4 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$, $x_8 = 0$ e $x_4 = 0$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 = 1\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3 = 1 \Rightarrow 0,9\text{kg}$;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 7 ($S^7 = S^5 \cap \{x_4 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$, $x_8 = 0$ e $x_4 = 0$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 = 1\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3 = 1 \Rightarrow 0,9\text{kg}$;
- ▶ Todos os itens foram escolhidos.

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 7 ($S^7 = S^5 \cap \{x_4 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$, $x_8 = 0$ e $x_4 = 0$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 = 1\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3 = 1 \Rightarrow 0,9\text{kg}$;
- ▶ Todos os itens foram escolhidos.
- ▶ Solução inteira!

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

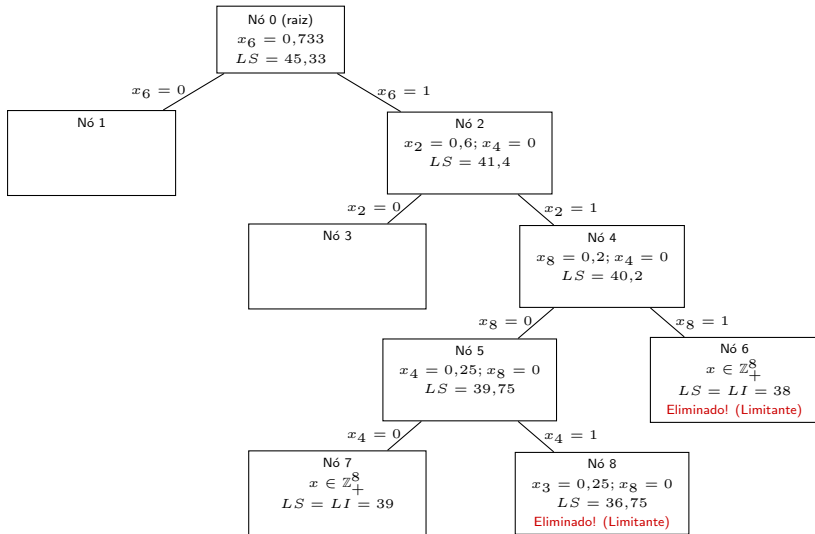
$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 7 ($S^7 = S^5 \cap \{x_4 = 0\}$)

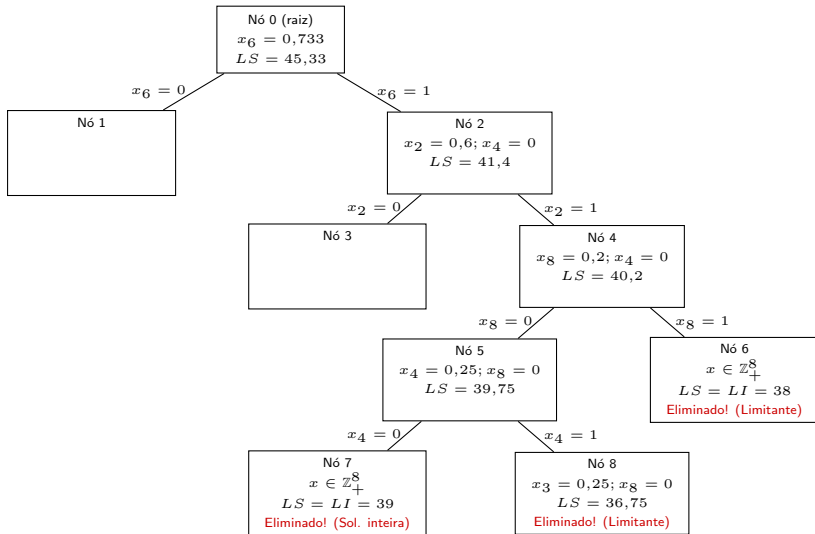
Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$, $x_2 = 1$, $x_8 = 0$ e $x_4 = 0$
 $\Rightarrow 5 - 3 - 1 = 1\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3 = 1 \Rightarrow 0,9\text{kg}$;
- ▶ Todos os itens foram escolhidos.
- ▶ Solução inteira!
- ▶ $f(x) = 39$.

▷ $x^* = (1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1)$; $LI = 38$; Nós: $\{\emptyset, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$



$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0)$; $LI = 39$; Nós: $\{\emptyset, 1, \cancel{2}, 3, \cancel{4}, \cancel{5}, \cancel{6}, \cancel{7}, \cancel{8}\}$



Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 3 ($S^3 = S^2 \cap \{x_2 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 3 ($S^3 = S^2 \cap \{x_2 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$ e $x_2 = 0$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 3 ($S^3 = S^2 \cap \{x_2 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$ e $x_2 = 0 \Rightarrow 5 - 3 = 2\text{kg}$ restantes;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 3 ($S^3 = S^2 \cap \{x_2 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$ e $x_2 = 0 \Rightarrow 5 - 3 = 2\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8, x_4 = 1$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 3 ($S^3 = S^2 \cap \{x_2 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$ e $x_2 = 0 \Rightarrow 5 - 3 = 2\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8, x_4 = 1 \Rightarrow 1,8\text{kg}$;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 3 ($S^3 = S^2 \cap \{x_2 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$ e $x_2 = 0 \Rightarrow 5 - 3 = 2\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8, x_4 = 1 \Rightarrow 1,8\text{kg}$;
- ▶ Todos os itens foram escolhidos.

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 3 ($S^3 = S^2 \cap \{x_2 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$ e $x_2 = 0 \Rightarrow 5 - 3 = 2\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8, x_4 = 1 \Rightarrow 1,8\text{kg}$;
- ▶ Todos os itens foram escolhidos.
- ▶ Solução inteira!

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

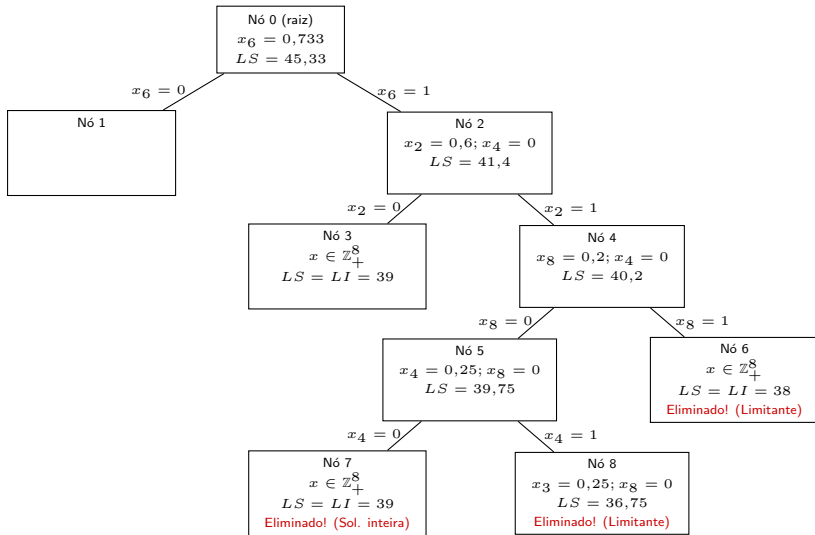
$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 3 ($S^3 = S^2 \cap \{x_2 = 0\}$)

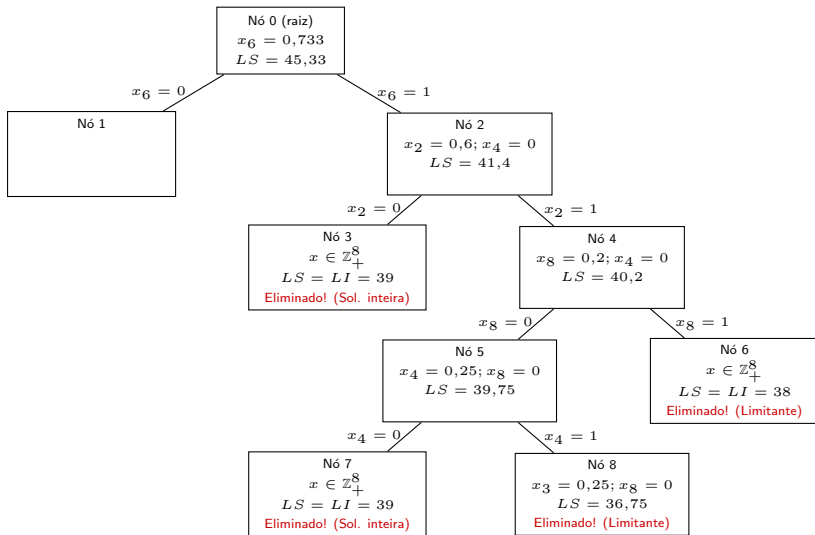
Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 1$ e $x_2 = 0 \Rightarrow 5 - 3 = 2\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8, x_4 = 1 \Rightarrow 1,8\text{kg}$;
- ▶ Todos os itens foram escolhidos.
- ▶ Solução inteira!
- ▶ $f(x) = 39$.

$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0)$; $LI = 39$; Nós: $\{\emptyset, 1, \cancel{2}, 3, \cancel{4}, \cancel{5}, \cancel{6}, \cancel{7}, \cancel{8}\}$



$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0)$; $LI = 39$; Nós: $\{\emptyset, 1, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}, \cancel{5}, \cancel{6}, \cancel{7}, \cancel{8}\}$



Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 1 ($S^1 = S^0 \cap \{x_6 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 1 ($S^1 = S^0 \cap \{x_6 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 0$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 1 ($S^1 = S^0 \cap \{x_6 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 0 \Rightarrow 5\text{kg}$ restantes;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 1 ($S^1 = S^0 \cap \{x_6 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 0 \Rightarrow 5\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8, x_2, x_4 = 1$

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 1 ($S^1 = S^0 \cap \{x_6 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 0 \Rightarrow 5\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8, x_2, x_4 = 1 \Rightarrow 2,8\text{kg}$;

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 1 ($S^1 = S^0 \cap \{x_6 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 0 \Rightarrow 5\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8, x_2, x_4 = 1 \Rightarrow 2,8\text{kg}$;
- ▶ Todos os itens foram escolhidos.

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 1 ($S^1 = S^0 \cap \{x_6 = 0\}$)

Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 0 \Rightarrow 5\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8, x_2, x_4 = 1 \Rightarrow 2,8\text{kg}$;
- ▶ Todos os itens foram escolhidos.
- ▶ Solução inteira!

Resolução da relaxação linear por inspeção

▷ Exercício Resolvido 2

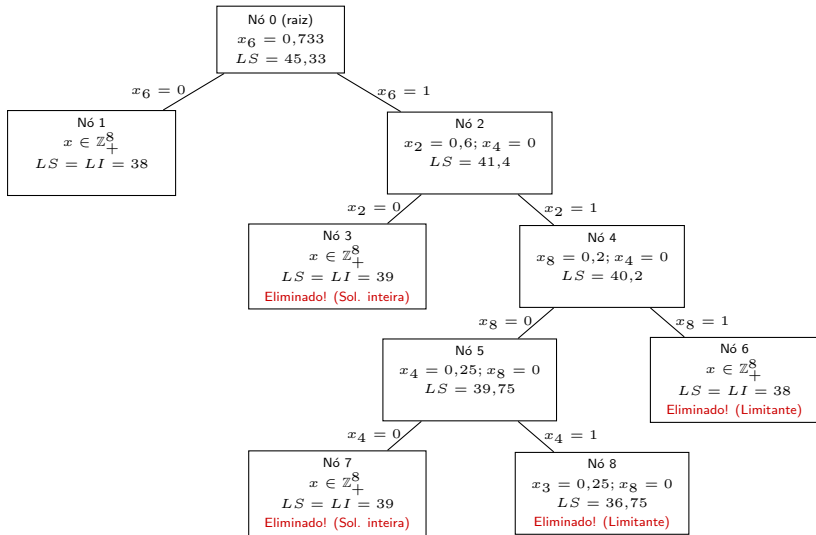
$$\frac{u_1}{p_1} \geq \frac{u_5}{p_5} \geq \frac{u_7}{p_7} \geq \frac{u_3}{p_3} \geq \frac{u_8}{p_8} \geq \frac{u_2}{p_2} \geq \frac{u_4}{p_4} \geq \frac{u_6}{p_6}$$

Nó 1 ($S^1 = S^0 \cap \{x_6 = 0\}$)

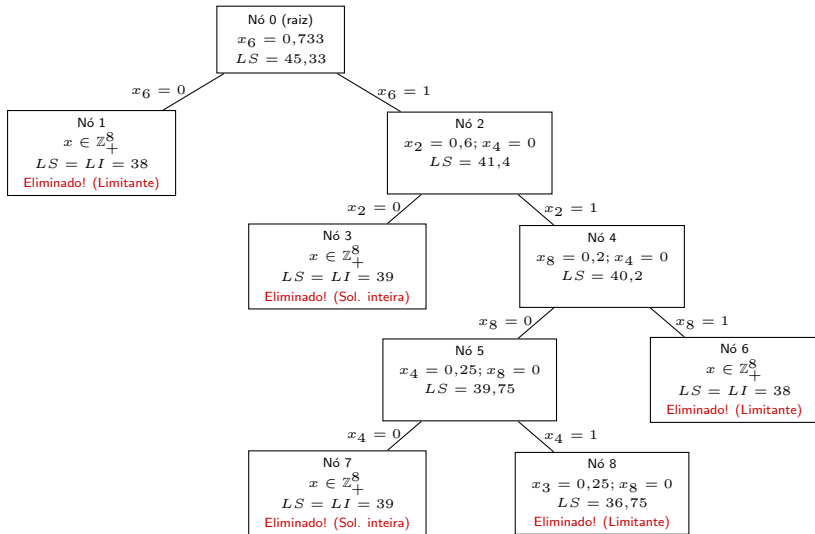
Solução ótima da relaxação linear:

- ▶ iniciamos com $x_6 = 0 \Rightarrow 5\text{kg}$ restantes;
- ▶ $x_1, x_5, x_7, x_3, x_8, x_2, x_4 = 1 \Rightarrow 2,8\text{kg}$;
- ▶ Todos os itens foram escolhidos.
- ▶ Solução inteira!
- ▶ $f(x) = 38$.

$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0)$; $LI = 39$; Nós: $\{\emptyset, 1, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}, \cancel{5}, \cancel{6}, \cancel{7}, \cancel{8}\}$



$\triangleright x^* = (1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0)$; $LI = 39$; Nós: $\{\emptyset, \cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{3}, \cancel{4}, \cancel{5}, \cancel{6}, \cancel{7}, \cancel{8}\}$



- ▶ Obrigado pela atenção!
- ▶ Dúvidas?